Секция «Геометрия и топология»

Обобщение задачи Ферма-Торричелли-Штейнера

Научный руководитель – Иванов Александр Олегович

Щербаков Олег Сергеевич
Студент (магистр)
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальной геометрии и приложений, Москва, Россия
E-mail: integralis@mail.ru

Задача Штейнера - классическая экстремальная задача о поиске на плоскости системы отрезков минимальной длины, соединяющей заданный конечный набор точек [1]. В работе мы рассматриваем следующее обобщение задачи Штейнера. Пусть на плоскости заданы три точки: A, B, C, погруженные в круги $\omega_A, \omega_B, \omega_C$ соответсвенно. Рассмотрим случай кругов без попарного пересечения. Введем аналог расстояния между заданными точками и точкой X, следующим образом:

$$d(A;X) = \begin{cases} k_A||AX||; X \in \omega_A \\ r_A(1-k_A) + ||AX||; X \notin \omega_A \end{cases}$$

Задача состоит в нахождении точки минимума суммы

$$F(X) = d(A;X) + d(B;X) + d(C;X) \to \min$$

Данная постановка моделирует зоны разной проходимости, например, движение транспорта вблизи городов может быть хуже. Коэффициент $k \geq 0$ в круге показывает насколько отличается проходимость в круге ω_A. Получены результаты положения точки минимума. Кроме того построено обобщение для изотропного интегрального аналога расстояния:

$$d(A;X) = \int_0^{||AX||} k_A(t)dt \quad k(t) \geq 0$$

на плоскости и на поверхностях.

Источники и литература

1) Иванов А.О., Тужилин А.А. Теория экстемальных сетей. Москва, Ижевск, 2003.
2) Щербаков О.С. Обобщение задачи Ферма-Торричелли-Штейнера// КММК-2013. Сборник тезисов. т.3. -С.19.