Секция «Геометрия и топология»

Коммутирующие свободные инволюции на двумерных поверхностях и вещественных момент-угол многообразиях

Научный руководитель – Панов Тарас Евгеньевич

Неретина Татьяна Юрьевна
Студент (специалист)
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра высшей геометрии и топологии, Москва, Россия
E-mail: nertata2@yandex.ru

Одним из основных объектов торической топологии является момент-угол комплекс $Z_{\mathcal{K}}$ с заданным на нем действием тора, строящийся по симплициальному комплексу $\mathcal{K}$. Можно рассматривать его вещественный аналог $\mathcal{R}_{\mathcal{K}}$. Мы можем определить их следующим образом [Buchstaber, Panov]: Пусть X некотрое топологическое пространство, а $W \subset X$ - его подпространство. Для произвольного симплициального комплекса K на множестве $[m]$ и $\sigma \in \mathcal{K}$ положим:

$$(X,W)^{\sigma} := \{(x_1,...,x_m) \in X^m : x_j \in W j \notin \sigma\}$$

K-степенью пары (X,W) называется:

$$(X,W)^{\mathcal{K}} := \bigcup_{\sigma\in\mathcal{K}} (X,W)^{\sigma}$$

Если $(X,W) = (D^2,S^1)$, то $Z_{\mathcal{K}} = (D^2,S^1)^{\mathcal{K}}$ называется момент-угол комплексом. Мы будем рассматривать его вещественный аналог

$$\mathcal{R}_{\mathcal{K}} = ([-1,1],\{-1,1\})^{\mathcal{K}},$$

где $\{-1,1\} = \partial[-1,1]$.
В случае, когда $\mathcal{K}$ - m-угольник $\mathcal{R}_{\mathcal{K}}$ является 2-мерным замкнутым многообразием рода $g = 1 - 2^{m-1} + m2^{m-3}$ и обладает следующим интересным свойством, которое и будет доказано в ходе доклада: Пусть $f(M)$ - функция, которая каждому двумерному замкнутому ориентированному многообразию M ставит в соответствие наибольшее число свободных коммутирующих независимых инволюций на M.(т.е наибольшее возможное n, такое что $\mathbb{Z}_2^n$ действует на M свободно). Эта функция будет выписано явно и, оказывается, многообразия $\mathcal{R}_{\mathcal{K}}$ являются точками локального максимума этой функции.
Автор выражает благодарность Т.Е. Панову за постановки задач и полезные обсуждения в ходе получения результатов этой работы.

Источники и литература

1) Т.Е.Панов. *Геометрические структуры на момент-угол-многообразиях.* Успехи мат. наук 68 (2013), вып.3, стр. 111-186;
2) А. Хатчер *Алгебраическая топология* М.: МЦНМО, 2011.
3) Victor M. Buchstaber and Taras E. Panov. *Toric Topology.* Mathematical Surveys and Monographs, vol.204, American Mathematical Society, Providence, RI, 2015