Секция «Геометрия и топология»

Экврavномерные факторпространства

Научный руководитель – Козлов Константин Леонидович

Мартьянов Евгений Вячеславович
Выпускник (специалист)
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра общей топологии и геометрии, Москва,
Россия
E-mail: binom00@yandex.ru

Довольно часто в различных разделах математики встречаются объекты наделенные свойством универсальности. Примеры таких универсальных элементов существовали в течении долгого времени и лишь в работе [1] было сформулировано общее понятие универсального элемента; затем Бурбаки придали этому общему понятию широкую известность. Напомним формулировку этого общего понятия: универсальный элемент функтора $H\colon \mathbf{D} \to \mathbf{Set}$ — это пара $< r, e >$, состоящая из объекта $r \in \mathbf{D}$ и элемента $e \in H(r)$, такая, что для любой другой пары $< d, x >$, $x \in H(d)$ существует и единственна стрелка $f\colon r \to d$ в категории $\mathbf{D}$, для которой $x = H(f)(e)$. Примером универсального элемента в алгебре являются факторгруппы. Пусть задан нормальный делитель N группы G, тогда существуют группа G/N (факторгруппа) и гомоморфизм $p\colon G \to G/N$ (факторотображение) такие, что выполняется следующее универсальное свойство: для любого гомоморфизма $f\colon G \to K$ со свойством $N \subseteq \mathfrak{Ker} f$ существует и единственен гомоморфизм $f'\colon G/N \to K$ такой, что $f = f' \circ p$. Аналогичным примером универсального элемента служит топологическая факторгруппа (пример 1). Целью настоящей работы является определение понятия эквиравномерного факторпространства (определение 1) для G-тихоновского пространства, как универсального элемента для подходящего функтора. Основными результатами являются теорема 1: для любой стрелки $(\kappa, h)\colon (G,(X,\mathfrak{A}_X),\nu) \to (K,(Y,\mathfrak{A}_Y),\alpha)$ категории ***EUnif***, такой, что $N \subseteq \mathfrak{Ker}\kappa$, существует единственная стрелка $(\kappa', h')\colon (G',(X/\mathfrak{A}_H,\overline{\mathfrak{A}_H}),\beta) \to (K,(Y,\mathfrak{A}_Y),\alpha)$ категории ***EUnif*** и верно равенство $(\kappa, h) = (\kappa', h') \circ (\pi, f)$,теорема 2: пусть $(G,(X,\mathfrak{A}_X),\alpha) \in$ ***EUnif*** с максимальной эквиравномерностью $\mathfrak{A}_X = \mathfrak{A}_G$ *(*$\mathfrak{A}_X = \tilde{\mathfrak{A}}_G$*)* и *(d-)*открытым действием, $\pi\colon G \to G'$ — эпиморфизм. Тогда $\varkappa_{\pi^{-1}(O)} = \{\pi^{-1}(O)x | x \in X\}$, $O \in N_{G'}(e)$ $(\gamma_{\pi^{-1}(O)} = \{\int((\pi^{-1}(O)x)) | x \in X\}$, $O \in N_{G'}(e))$ является базой псевдоэквиравномерности $\mathfrak{A}_\pi$ $(\tilde{\mathfrak{A}}_G \bigwedge \mathfrak{A}_\pi)$ на X, причём $(G',(X/\mathfrak{A}_\pi,\overline{\mathfrak{A}_\pi}),\beta) \in$ ***EUnif*** $((G',(X/(\tilde{\mathfrak{A}}_G \bigwedge \mathfrak{A}_\pi),\overline{\tilde{\mathfrak{A}}_G \bigwedge \mathfrak{A}_\pi}),\beta) \in$ ***EUnif***$)$, а действие β — *(d-)* открыто, теорема 3: для функтора ***E***F существует универсальный элемент. Теорема 1 фактически утверждает, что эквивариантное фактопространство является универсальным объектом в классе G-тихоновских пространств. Теорема 2 описывает эквивариантные факторпространства на случаи открытого и d-открытого действий. Теорема 3 утверждает, что для функтора $\mathbf{E}F$ (определение 4) существует универсальный элемент и этим элементом является пара, состоящая из эквивариантного факторпространства и эквивариантного факторотображения.

Источники и литература

1) Samuel P. On universal mappings and free topological groups // Bull. Am. Math. Soc. 1948. 54. 591-598.