

Асимптотика решений уравнений газовой динамики с учетом химической реакции

Научный руководитель – Розанова Ольга Сергеевна

Фельдман Наталья Владимировна

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальных уравнений, Москва,
Россия

E-mail: navlafeli@gmail.com

Экспериментальное и теоретическое исследование процессов, протекающих в газовых смесях с учетом возможной химической реакции между компонентами является одной из центральных фундаментальных задач на стыке газодинамики и химической физики. В данной работе изучается асимптотика при малых временах для решений системы уравнений гиперболического типа вида

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0 \\ \rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \\ \rho \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \frac{\gamma-1}{\gamma} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} \right) = \beta \omega \\ \rho \left(\frac{\partial Y}{\partial t} + u \frac{\partial Y}{\partial x} \right) = -\omega \\ p = p(\rho, T) \\ \omega = \frac{1}{\beta \theta} \rho Y \exp(\theta - \frac{\theta}{T}) \end{cases}$$

где ρ - плотность вещества, p - давление, T - температура, Y - массовая доля реагента, u - скорость, β - тепловыделение в результате химической реакции, θ - энергия активации, γ - отношение удельных теплоемкостей. Скорость распространения возмущений в такой среде конечна и определяется скоростью звука $\sqrt{p_\rho}$.

При исследовании асимптотики производится специальная замена временной переменной. Для новой переменной $\tau = t^2/2$ в пределе $\tau \rightarrow 0$ полученная система уравнений содержит отщепленное уравнение, совпадающее с уравнением теплопроводности. При естественных предположениях об уравнении состояния это уравнение является нелинейным и также описывает возмущения, распространяющиеся с той же конечной скоростью[1], несмотря на то, что тип системы при описанной процедуре меняется. Оно имеет решение в виде бегущей волны. В дальнейшем решение исходной системы уравнений строится в виде разложения по малому параметру, выбирая в качестве нулевого приближения найденное решение.

Источники и литература

- 1) Самарский А.А., Галактионов В.А., Курдюмов С.П., Михайлов А.П. Режимы с обострением в задачах для квазилинейных параболических уравнений, 1987.