

Нелокальное уравнение эрозии. Моделирование формирования неоднородных структур при ионной обработке поверхности полупроводниковых материалов.

Научный руководитель – Куликов Анатолий Николаевич

Ковалева Анастасия Михайловна

Аспирант

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, Ярославль, Россия

E-mail: anastasia2kovaleva@gmail.com

Было изучено нелинейное дифференциальное уравнение с частными производными с отклоняющимся пространственным аргументом. Данное уравнение известно под названием "нелокальное уравнение эрозии". Оно описывает формирование рельефа на поверхности пластины под воздействием потока ионов. Данная математическая модель базируется на основополагающих идеях П.Зигмунда [1] и была предложена в [2].

Приведем уравнение нелокальной эрозии уже в перенормированном виде

$$u_t = au_{xx} - cw_x + b(u - w) + b_1(u - w)w_x + b_2(w_x)^2 + b_3(u - w)(w_x)^2 - b_4w_x^3,$$

где $u = u(t, x)$ описывает высоту поверхности подложки в момент времени t , в зависимости от одномерной пространственной переменной x , $w = u(t, x - h)$, $h \in \mathbb{R}$, $h > 0$. Коэффициенты уравнения зависят от параметров задачи, например, от угла падения ионного пучка на невозмущенную поверхность подложки и материала подложки.

Рассмотрим нелокальное уравнение эрозии с условиями

$$u(t, x + 2\pi) = u(t, x), \quad u(0, x) = f(x), \quad f(x) \in H_2^2.$$

Эта проблема была изучена в случае, когда $0 < h \ll 1$.

Для того, чтобы решить возникающую при потере устойчивости однородных состояний равновесия бифуркационную задачу, были использованы методы исследования динамических систем с бесконечномерным фазовым пространством: метод интегральных многообразий, метод Пуанкаре-Дюлака нормальных форм и асимптотическое методы анализа. В частности, получены асимптотические формулы для решений, описывающих волнообразный рельеф поверхности. Был изучен вопрос об устойчивости этих решений [3].

Показано, что неоднородная рельеф поверхности может возникнуть, при смене устойчивости однородных состояний равновесия. В этой краевой задаче потеря устойчивости может происходить на высоких модах. В случае, когда отклонение h достаточно мало, то возможно возникновение рельефной поверхности с малой длиной волны. Более того, этот рельеф может быть интерпретирован как нанорельеф. Последнее весьма важно для применения в современной нанoeлектронике.

Источники и литература

- 1) Sigmund P. Theory of sputtering. I. Sputtering yield of amorphous and polycrystalline targets // Phys. Rev. 1969, №184(2). p. 383-416.
- 2) Рудый А.С., Бачурин В.И. Пространственно нелокальная модель эрозии поверхности ионной бомбардировкой // Изв. РАН. Серия физическая. 2008, Т.72 №5. С.624-629.
- 3) Ковалева А.М., Куликов Д.А., Куликов А.Н. Устойчивость и бифуркации волнообразных решений для одного функционально-дифференциального уравнения // Изв. ИМИ УдГУ. 2015, №2(46). С. 60–68.