

О существовании решений с заданным числом нулей нелинейного уравнения типа Эмдена–Фаулера высокого порядка.

Научный руководитель – Асташова Ирина Викторовна

Рогачев Владимир Викторович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальных уравнений, Москва,
Россия

E-mail: valdakhar@gmail.com

Поставлена задача о существовании решений уравнения типа Эмдена–Фаулера, определённых на заданном отрезке и имеющих заданное число нулей.

Рассмотрим уравнение

$$y^{(n)} = -p(t, y, y', \dots, y^{(n-1)})|y|^k \operatorname{sgn} y, \quad (1)$$

где $n > 2$, $k \in (0, 1) \cup (1, +\infty)$, функция $p(t, y_1, y_2, y_3, \dots, y_n)$ непрерывна по всем переменным, удовлетворяет условию Липшица на $(y_1, y_2, y_3, \dots, y_n)$, и выполнено неравенство $0 < m \leq p(t, y_1, y_2, \dots, y_n) \leq M < +\infty$.

В [1], основываясь на результатах из [2], были изучены уравнения третьего и четвёртого порядка с постоянным коэффициентом и $k \in (0, 1) \cup (1, +\infty)$. С помощью методов, изложенных в [3] и [4], изучено уравнение (1) с регулярной нелинейностью ($k > 1$) и постоянным коэффициентом, а случай переменного потенциала и регулярной нелинейности рассмотрен в [5].

Теперь полученные результаты обобщены на регулярные и сингулярные уравнения высокого порядка с переменным коэффициентом. Доказана

Теорема 1. *Для любого n , коэффициента $k \in (0, 1) \cup (1, +\infty)$, любых $m, M: 0 < m < M < +\infty$, любых $a, b: -\infty < a < b < +\infty$ и действительного числа $j \geq 2$ у уравнения (1) есть решение, определённое на $[a, b]$, у которого на этом отрезке ровно j нулей, причём, на концах отрезка оно равно нулю.*

Список литературы

- [1] ASTASHOVA I. V., ROGACHEV V. V. *On the number of zeros of oscillating solutions of the third- and fourth-order equations with power nonlinearities*, Journal of Mathematical Sciences. (2015) Vol. 205, no. 6, p. 733–748.
- [2] АСТАШОВА И.В. Качественные свойства решений квазилинейных обыкновенных дифференциальных уравнений // Качественные свойства решений дифференциальных уравнений и смежные вопросы спектрального анализа. Под ред. И. В. Асташовой. С. 22–288. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2012.
- [3] ASTASHOVA I. V. *On quasi-periodic solutions to a higher-order Emden-Fowler type differential equation*. Boundary Value Problems. — 2014. — no. 2014:174. — P. 1–8. [DOI: 10.1186/s13661-014-0174-7]

- [4] ROGACHEV V. *On existence of solutions with given number of zeros to high order Emden - Fowler type equation*, Abstracts of Conference on Differential and Difference Equations and Applications, Jasna, Slovak Republic (2014) p. 41–42
- [5] РОГАЧЕВ В.В. О существовании решений с заданным числом нулей у регулярного нелинейного уравнения типа Эмдена–Фаулера третьего порядка с переменным коэффициентом // Вестник СамГУ. 2015. № 6 (128). С. 117–123.