

О спектре интегро-дифференциального уравнения типа Гуртина-Пипкина.

Научный руководитель – Власов Виктор Валентинович

Давыдов А.В.¹, Тихонов Ю.А.¹

¹ - Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра математического анализа, Москва, Россия

Данная работа посвящена спектральному анализу символа одного интегро-дифференциального уравнения с неограниченными операторными коэффициентами, возникающего в ряде механических задач теории вязкоупругости. Уравнение аналогично уравнениям типа Гуртина-Пипкина с одним интегральным слагаемым [5], спектральный анализ которых был проведен в работах [1,2,3]. В данной работе исследована модификация уравнения, содержащая дополнительное слагаемое, соответствующее внутреннему трению Кельвина-Фойгхта.

Исследование спектра символов интегро-дифференциальных уравнений позволяет дать качественное описание поведения решений: установить их устойчивость-неустойчивость, выявить волновые свойства, получать представления решений.

Установлено, что все точки спектра символа исследуемого уравнения имеют отрицательные действительные части, а не вещественная часть представляет собой пары комплексно-сопряженных чисел [4]. Основные результаты данной работы касаются вопроса об устройстве не вещественной части спектра. Были исследованы границы, в которых может находиться спектр: в зависимости от гладкости ядра интегрального оператора не вещественная часть спектра может находиться либо в угле $\arg z \in (\pi - \delta, \pi + \delta)$, либо стремиться к отрицательной полуоси в случае гладких ядер. Также затронут вопрос о том, в каких случаях спектр символа данного интегро-дифференциального уравнения имеет лишь конечное число не вещественных точек. Для ядер с компактным носителем в работе [4] конечность не вещественного спектра доказана. В данной работе построен пример ядра с некомпактным носителем, при котором спектр имеет счетное число не вещественных точек.

Источники и литература

- 1) Власов В.В., Раутиан Н.А. Спектральный анализ функционально-дифференциальных уравнений – М.: МАКС Пресс, 2016, 488 с.
- 2) Власов В.В., Раутиан Н.А. Корректная разрешимость и спектральный анализ абстрактных гиперболических интегродифференциальных уравнений // Труды семинара им. И.Г. Петровского. 2011 г. Вып. 28 С. 75-113
- 3) В. В. Власов, Н. А. Раутиан, “О свойствах решений интегродифференциальных уравнений, возникающих в теории тепломассообмена”, Тр. ММО, 75, № 2, МЦНМО, М., 2014, С. 219–243
- 4) Eremenko A., Ivanov S. Spectra of Gurtin-Pipkin Type Equations // SIAM J. Math. Anal. – 2011. – 43. – P. 2296–2306.
- 5) Gurtin M.E., Pipkin A.C. General theory of heat conduction with finite wave-speed // Arch. Rational Mechanics and Analysis. – 1983. – 50. – P. 113–126.