Секция «Экология»

Исследование логистических уравнений.

Борейко Кристина Валерьевна
E-mail: 79780934308@yandex.ru

Различные процессы описываются дифференциальными уравнениями. Это позволяет довольно просто проводить их моделирование с целью анализа и прогнозирования. В зависимости от количества учитываемых факторов модель более или менее адекватно описывает моделируемый процесс.

Существует преобразование логистической модели Мальтуса и Ферхюльста с обратной связью по Арнольду, учитывающей квоту вылова рыб, и позволяющее оценивать численность их популяции. Данное уравнение можно решать различными методами: аналитическим методом, методом дискретного отображения Митчелла Фейгенбаума, а также численными методами. Решения существенно зависят от граничных условий.

Целью работы является исследование граничных условий для логистических уравнений в разных моделях на примере логистического уравнения с обратной связью для расчета и прогнозирования численности популяции рыб.

Логистическое уравнение с обратной связью Арнольда [1] (с учетом квоты вылова рыбы C):
):
$\dot{}$ G = G - k(G)*G - C (1),

Уравнение (1) моделирует процесс развития популяции рыб в водоемах с учетом жесткой квоты отлова. Оно решается тремя методами: аналитическим (интегрированием), способом дискретного отображения и численными методами [2]. Аналитическое решение предусматривает наличие трех разных вариантов. Численные методы, в большинстве своем, не позволяют корректно решить данное уравнение и найти все его корни.

На рис. 1. представлен график, отображающий некоторые полученные решения при разных граничных условиях. На нем изображены графики различного поведения численности популяции в зависимости от квоты вылова C, получаемые аналитическим путем и путем дискретного отображения с использованием константы Фейгенбаума [3]. Численные методы не позволяют найти все решения. Аналитическое решение логистического уравнения позволяет найти 3 решения, в зависимости от квоты вылова C и одно решение для логистического отображения, что видно на графиках. Численными методами решения удается найти не всегда. Более того, число решений зависит от коэффициента C. Однако, используя метод дискретных отображений уравнения решаются численными методами, например, методом рекурсии.

Итоговые решения уравнения данной модели были дополнены ограничениями по квоте вылова рыб (дополнение модели Арнольда), а также оптимальной скоростью роста при искусственном восстановлении популяции.

Источники и литература

1) Арнольд В. И., Жесткиеraquo; и мягкие математические модели, МЦНМО (2004).
2) Самарский А.А., Михайлов А.П., Математическое моделирование, Физматлит (2001).
3) Фейгенбаум М., Успехи физических наук, 2, 141 (1983)

Иллюстрации

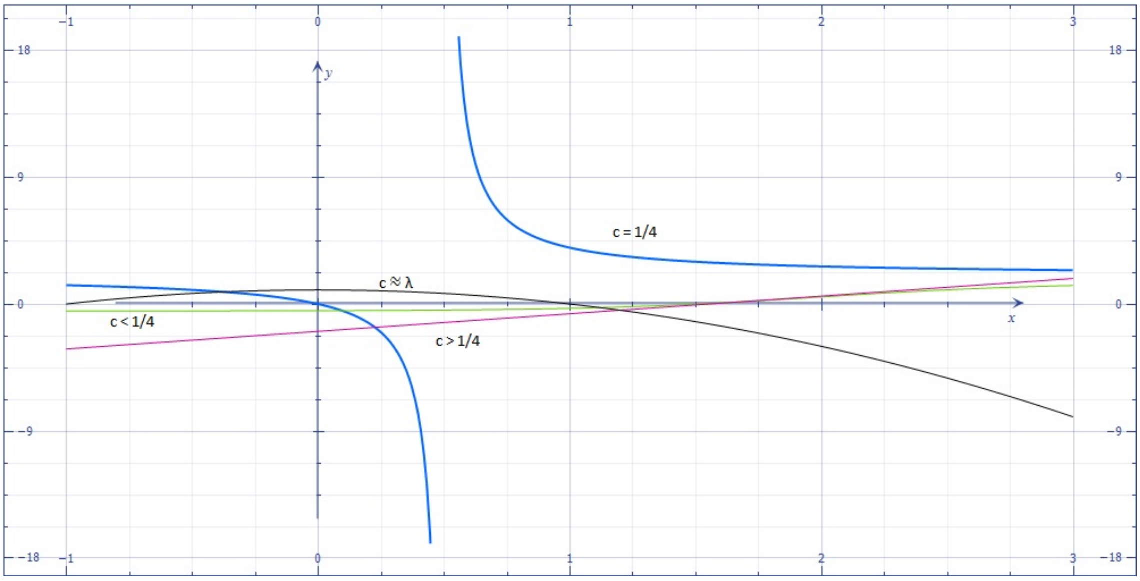

Рис. 1. Кривые, описывающие решения уравнения (1)