Секция «Теория вероятностей и математическая статистика»

Устойчивость решения в задаче оптимального перестрахования

Гусак Юлия Валерьевна

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра теории вероятностей, Москва, Россия

E-mail: jul_gusak@mail.ru

Рассматривается модель работы страховой компании в дискретном времени в течение n лет, $n \geq 1$. Предполагается, что ежегодно поступающие требования образуют последовательность независимых неотрицательных случайных величин $\{X_n\}_{n \geq 1}$, каждая из которых распределена, как случайная величина X с конечным математическим ожиданием и функцией распределения F_X. Чтобы обеспечить бесперебойное функционирование компании, применяется перестрахование эксцедента убыточности и производятся вливания капитала. Договор перестрахования подразумевает, что уровень собственного удержания на текущий год определяется в начале года. А дополнительные вливания производятся в конце года в случае падения капитала компании ниже фиксированного уровня a. В статье [1] находятся параметры перестрахования, минимизирующие ожидаемые совокупные вливания за n лет, при условии, что премии страхования и перестрахования рассчитываются по принципу среднего с нагрузкой безопасности. Размер минимальных вливаний $h_{n_X}(u)$ зависит от начального капитала компании $u, u \geq a$.

Допустим, что при любом $n \geq 1$ совокупные годовые иски X_n распределены, как случайная величина Y с отличной от F_X функцией распределения F_Y. Как сильно в таком случае изменится размер минимальных денежных вливаний? Ответ на этот вопрос дает нижеследующая теорема в предположении, что величины X и Y близки в метрике Канторовича, определяемой как $\kappa(X,Y) = \int_0^\infty |F_X(t) - F_Y(t)|dt$ (см. [2]). Минимальные вливания при новом распределении требований обозначаются $h_{n_Y}(u)$.

Теорема 1. *Пусть X, Y - неотрицательные случайные величины с конечным математическим ожиданием, определенные на одном вероятностном пространстве, тогда для любого $n \geq 1$*

$$\sup_{u \geq a} |h_{n_X}(u) - h_{n_Y}(u)| \leq \left(\sum_{i=0}^{n-1} \alpha^i C_{n-i} \right) (1 + l + m)\kappa(X, Y),$$

где $0 < \alpha < 1$ - коэффициент дисконтирования, $1 < l < m$ - нагрузочные коэффициенты на премии, соответственно, страховщика и перестраховщика, $C_{n-i} = \frac{1-\alpha^{n-i}}{1-\alpha}$.

Помимо устойчивости дополнительных вливаний к изменению в распределении требований, в данной работе изучается предельное поведение капитала страховой компании. С помощью численного моделирования устанавливается, что при константной стратегии перестрахования предельное распределение сходится к стандартному нормальному.

Источники и литература

1) Bulinskaya, E.V., Gusak, J. and Muromskaya, A. (2015) Discrete-time Insurance Model with Capital Injections and Reinsurance. Methodology and Computing in Applied Probability, Volume 17, Issue 4, pp. 899-914.
2) Rachev S.T., Klebanov L., Stoyanov S.V., Fabozzi F. (2013) The Methods of Distances in the Theory of Probability and Statistics. Springer-Verlag New York, 619 pages.