

Секция «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Свойства характеристик блуждаемости

Шильяников Евгений Михайлович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра дифференциальных уравнений, Москва,
Россия

E-mail: shieuge@gmail.com

Определим исследуемые объекты.

Для заданного $n \in \mathbb{N}$ обозначим через \mathcal{M}^n множество линейных систем

$$\dot{x} = A(t)x, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad t \in \mathbb{R}^+.$$

Обозначим через $\mathcal{S}(A)$ и $\mathcal{S}_*(A)$ множество всех и, соответственно, всех ненулевых решений системы $A \in \mathcal{M}^n$. Обозначим

$$\gamma(x, t) \equiv \int_0^t \left| \frac{d}{d\tau} \left(\frac{x(\tau)}{|x(\tau)|} \right) \right| d\tau.$$

Введем показатели, характеризующие блуждаемость решений.

$$\mu(x) = \liminf_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \gamma(x, t),$$

$$\rho(x) = \inf_{L \in \text{Aut} \mathbb{R}^n} \mu(Lx).$$

Более подробно эти величины описаны в [1].

Для системы $A \in \mathcal{M}^n$ и любого показателя χ множество

$$\text{Sp}_\chi(A) \equiv \{\chi(x) \mid x \in \mathcal{S}_*(A)\}$$

будем называть *спектром* χ .

Для любой системы A и любого $a \in \text{Sp}_\chi(A)$ рассмотрим множество

$$\chi(a)^{-1}(0) \subseteq \mathbb{R}^n.$$

Мера этого множества сообщает насколько часто, показатель χ принимает значение a .

Назовем значение a *существенным* для системы A , если множество $\chi(a)^{-1}(0)$ содержит подмножество, мера которого положительна в смысле Лебега, и *типичным*, если дополнение к множеству $\chi(a)^{-1}(0)$ имеет меру нуль.

Сформулируем полученные результаты.

ТЕОРЕМА. *Для любого $n \in \mathbb{N}$ существует система $A \in \mathcal{M}^2$, такая что спектр показателя блуждаемости для A состоит из $n + 1$ -го различного значения*

$$\text{Sp}_\rho(A) = \{a_0 = 0, a_1, \dots, a_n\}, \quad a_i \in \mathbb{R},$$

причем каждое значение a_i существенно.

Для заданного $n \in \mathbb{N}$ обозначим через \mathcal{I}^n множество линейных систем с интегральной разделенностью.

ТЕОРЕМА. Для любого $n \in \mathbb{N}$ и любой системы $A \in \mathcal{I}^n$ каждый из показателей μ и ρ имеет типичное значение, принимаемое на решении $x \in \mathcal{S}_*(A)$ с наибольшим показателем Ляпунова, причем существует система $A \in \mathcal{I}^2$, для которой типичные значения показателей μ и ρ не совпадают.

Источники и литература

- 1) И. Н. Сергеев, “Определение характеристик блуждаемости решений линейной системы”, Дифференц. уравнения, 46:6 (2010), 902.