

Секция «Дискретная математика и математическая кибернетика»

Мощность множества дельта-замкнутых классов булевых функций

Стародубцев Дмитрий Евгеньевич

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: dmitry.starod@gmail.com

Исследование относится к теории функциональных систем. Известно, что семейство замкнутых классов булевых функций имеет счётную мощность [5, 6], а семейство замкнутых классов функций k -значной логики при $k \geq 3$ имеет мощность континуума [3, 4]. В ряде работ (см., например, обзор [2]) рассматриваются различные усиления операции суперпозиции, что позволяет получить более устроенную решетку классов функций, замкнутых относительно новых операций. Данная работа также относится к этому направлению исследований.

Вводится операция обращения, которая в некотором смысле является обратной к операции отождествления переменных. Для исследования свойств операции она добавляется к операциям суперпозиции и введения фиктивных переменных, определённым на множестве булевых функций. Исследуется мощность множества классов булевых функций, замкнутых относительно этих трёх операций (такие классы называются Δ -замкнутыми). Определяется несколько разновидностей операции обращения, рассматривается зависимость числа замкнутых классов от выбранной разновидности.

"Сильный" вариант операции обращения рассматривался также в дипломной работе Н. Т. Мартыновой [1]. В ней описаны соответствующие замкнутые классы, а также показано, что в P_2 не существует конечных полных множеств функций при замыкании относительно операций обращения (в "сильном" варианте), отождествления переменных, переименования переменных и введения фиктивных переменных.

Источники и литература

- 1) Мартынова Н. Т. Вопросы полноты для некоторых функциональных систем булевых функций. — Дипломная работа. МГУ им. М. В. Ломоносова. Москва, 2011.
- 2) Угольников А. Б. О некоторых задачах в области многозначных логик. Материалы X Международного семинара «Дискретная математика и ее приложения» (Москва, МГУ, 1–6 февраля, 2010 г.) / Под редакцией О. М. Касим-Заде. — М.: Изд-во механико-математического факультета МГУ, 2010. — С. 18–34.
- 3) Янов Ю. И., Мучник А. А. О существовании k -значных замкнутых классов, не имеющих конечного базиса // Докл. АН СССР. — 1959. — Т. 127, №1. — С. 44–46.
- 4) Lau D. Function algebras on finite sets: a basic course on many-valued logic and clone theory. — Berlin: Springer, 2006.
- 5) Post E. L. Determination of all closed systems of truth tables // Bull. of the AMS. 1920, 26, p. 437.
- 6) Post E. L. The two-valued iterative systems of mathematical logic // Annals of Math. Studies, v. 5, Princeton Univ. Press, Princeton — London, 1941.