

Секция «Дискретная математика и математическая кибернетика»
**Изоморфизмы и эквивалентности нечётких полуавтоматов и их
детерминизаторов**

Ульзутуев Иван Евгеньевич

Аспирант

Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А., Саратов,
Россия

E-mail: ulzutuevivan@mail.ru

В 1965 году Лотфри Заде опубликовал основополагающую работу “Fuzzy Sets” в журнале “Information and Control”, где впервые ввёл понятие нечёткого множества [1]. В 1969 году Ви и Фу предложили конструкцию нечёткой автоматной модели, являющейся обобщением конструкции детерминированных автоматов [2]. Основная идея заключалась в том, что в отличие от детерминированных автоматов, в нечётких автоматах переходы между различными состояниями определяются не однозначно, а имеют некоторую оценку из отрезка $[0,1]$. Таким образом, нечёткие автоматы и полуавтоматы (т.е. автоматы без функции выхода) являются математическими моделями дискретных систем, которые не допускают точного описания и имеют неоднозначно определённые переходы между их состояниями.

Однако при решении практических задач было бы удобнее иметь дело с детерминированными автоматами, которые функционально полностью отражали бы поведение соответствующих им нечётких автоматов/полуавтоматов, и в то же самое время допускали бы более простую реализацию. Такие детерминированные автоматы/полуавтоматы существуют и их называются детерминизаторами [5] нечётких автоматов/полуавтоматов.

Ранее в работе [3] автором были рассмотрены универсально-алгебраические связи между решётками подавтоматов нечётких полуавтоматов и аналогичными решётками их детерминизаторов. Тем не менее, остаётся открытым вопрос о связях между решётками конгруэнций нечётких полуавтоматов и решётками конгруэнций их детерминизаторов. Интерес так же представляют вопросы, связанные с гомоморфизмами, и в частности, с изоморфизмами детерминизаторов нечётких полуавтоматов.

Поскольку в данной работе рассматриваются исключительно нечёткие полуавтоматы, то, далее в тексте данной работы, для удобства записи, подразумевая полуавтомат, будем говорить просто автомат.

В рамках данной работы автором был сформулирован и доказан ряд утверждений о изоморфизмах и эквивалентностях нечётких автоматов без функции выхода и изоморфизмах и эквивалентностях их детерминизаторов с универсально – алгебраической точки зрения.

Перед изложением основных результатов работы введём необходимые определения.

Определение 1. Нечёткие автоматы $A = (S, X, \delta)$ и $B = (T, X, \delta)$ называются D - эквивалентными, если их детерминизаторы изоморфны.

Определение 2. Назовём нечёткие матрицы M и N одного порядка $n \times n$ псевдоподобными, если для их соответствующих ненулевых элементов выполняются одинаковые порядковые соотношения, а нулевые элементы на соответствующих позициях совпадают.

Автором были доказаны следующие теоремы.

Теорема 1. Детерминизаторы изоморфных нечётких автоматов изоморфны.

Теорема 2. Пусть $A = (S, X, \delta)$ и $B = (T, X, \delta)$ - нечёткие автоматы. Пусть также для каждого входного сигнала $x \in X$ матрицы перехода нечётких автоматов A и B соответственно являются псевдоподобными. Тогда нечёткие автоматы A и B D - эквивалентны.

Источники и литература

- 1) Zadeh L.A. Fuzzy Sets// Inform. And Control. 1965 Vol. 8, pp. 338-353

- 2) Wee W.G., Fu K.S. A Formulation of Fuzzy Automata and its Applications as a Model of Learning Systems // I.E.E.E. Trans. Syst. Science and Cybernetics. 1969. Vol. SSC-5, pp. 215-223.
- 3) Ульзутуев И.Е., Максимов А.А. О свойствах решёток подавтоматов нечётких полуавтоматов и их детерминизаторов. // Вестник Саратовского государственного социально-экономического университета. – Саратов. 2015. №2(79) С.117-126.
- 4) Салий В.Н. Универсальная алгебра и автоматы. Саратов : СГУ, 1988. 72 с.
- 5) Салий В.Н. Нечёткие дискретные системы: нелинейный подход // Известия Саратов. Гос. ун-та, 2003. Т.3, вып.2. С. 159-168.
- 6) Максимов А.А. Методы анализа и синтеза математических моделей нечётких дискретных систем: Дис. . . . канд. физ. – мат. наук / А.А.Максимов. Саратов, 2008. 130 с.

Слова благодарности

Автор выражает благодарность доценту, к.ф.-м.н. Максиму А.А. за помощь в подготовке тезисов.