

Секция «Вещественный, комплексный и функциональный анализ»

**Об одном представлении группы диффеоморфизмов на основе
квазиинвариантной меры.**

Романов Евгений Дмитриевич

Студент (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра математического анализа, Москва,
Россия

E-mail: romanoved@yandex.ru

В докладе рассматривается способ построения семейства квазиинвариантных относительно действия группы диффеоморфизмов мер на специальном функциональном пространстве траекторий. Предъявляется явное аналитическое выражение для соответствующей производной Радона-Никодима. Приводится общая конструкция унитарного представления по квазиинвариантной мере и указывается специальный выбор меры, при котором получаемые представления оказываются неприводимыми.

Меры строятся на пространстве $\Omega = C^2([0, 1], \mathbb{R}^d) \times C^1([0, 1], M_d^*)$, где под M_d^* понимаются невырожденные вещественнозначные матрицы размера $d \times d$. В качестве действия группы достаточно гладких диффеоморфизмов рассматривается определённое для $\text{Diff}^1(\mathbb{R}^d)$ действие $L_g : \Omega \rightarrow \Omega$, задаваемое соотношением

$$L_g : (x, X) \mapsto (g(x), g'(x)X), \quad g \in \text{Diff}^1(\mathbb{R}^d).$$

Мера на Ω строится посредством переноса с пространства

$$\Omega' = C^1([0, 1], \mathbb{R}^d) \times C^1([0, 1], M_d) \times \mathbb{R}^d \times M_d^*$$

посредством биекции $\Phi : \Omega \rightarrow \Omega'$

$$\Phi : (x(t), X(t)) \mapsto (X^{-1}(t)x'(t), X^{-1}(t)X'(t), x(0), X(0)), \quad t \in [0, 1].$$

Индукцированное действие на первой компоненте Ω' оказывается инвариантно, а на конечномерных компонентах имеет довольно простой вид. Семейство мер получается посредством выбора различных мер на этих компонентах. Содержательной частью является выбор меры Винера на второй компоненте Ω' . Для этого случая удаётся получить явный вид производной Радона-Никодима $\rho_{\nu, g}$. Выражение последнего через стохастический интеграл Ито позволяет распространить результат в инвариантной на диффеоморфизмы меньшей гладкости.

В качестве унитарных представлений по квазиинвариантной мере рассматривается семейство ($\lambda \in \mathbb{R}$) операторов:

$$(U_{g^{-1}}^\lambda F)(\omega) = (\rho_{\nu, g}(\omega))^{\frac{1}{2} + i\lambda} F(L_g(\omega)),$$

где $\rho_{\nu, g}$ - соответствующая производная Радона-Никодима образа ν_g построенной меры ν . Для получения неприводимых представлений рассматривается базовая мера на Ω' , сосредоточенная на некой фиксированной всюду положительной кривой z , соответствующей первой компоненте, в 0 для третьей и в $e^0 = 1$ для четвёртой. В качестве действующей группы рассматривается $\text{Diff}^3(\mathbb{R})$. Такие унитарные представления оказываются непрерывными и неприводимыми.

Слова благодарности

Автор выражает благодарность профессору Е.Т. Шавгулидзе за постановку задачи и содержательное обсуждение.