

Секция «Математика и механика»

Автоколебания в системе стержень-смычок.

Шаповалов Иван Леонидович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: nazarovich_90@mail.ru

Контактное взаимодействие двух тел в ряде случаев сопровождается возникновением колебаний частей тел друг относительно друга. Такие колебания называются автоколебаниями или релаксационными колебаниями [1, 3]. Их возникновение связано с притоком энергии в систему от внешнего источника и с нелинейностью законов описывающих силовое взаимодействие тел. Примерами механических систем с одной степенью свободы, в которых возникают автоколебания, являются маятник Фруда или груз на ленте транспортера. В которых, используется модель сухого трения, когда сила трения покоя больше силы трения скольжения. Аналогичная модель позволяет найти периодические движения в системе с двумя степенями свободы [4, 5, 7]. При описании динамики колесных экипажей популярна модель взаимодействия шин с дорогой, называемая «магической формулой», в которой сила трения является комбинацией двух арктангенсов, зависящих от скорости скольжения шины по дороге. Также применяют формулу в виде многочлена от этой скорости и ее модуля [6].

С математической точки зрения использование подобных законов приводит к неоднозначности решений, вызванной переменной структурой правых частей дифференциальных уравнений, либо к сложностям аналитического исследования поведения фазовых траекторий. В результате используются численные методы исследования динамики систем с нелинейным трением [4].

В исследуемой задаче рассматривается модель трения, описываемая полиномом пятой степени, содержащим нечетные степени относительной скорости трущихся тел [2]. Характерной особенностью силы трения является наличие интервала скоростей, в котором сила трения убывает с ростом скорости. Эта модель трения используется для анализа динамики двух взаимодействующих тел – стержня и смычка, с использованием переменных действие–угол и метода усреднения. На фазовой плоскости усредненных переменных действие найдены стационарные точки и исследована их устойчивость в зависимости от скорости смычка. Этим точкам соответствуют одночастотные или двухчастотные колебания. Когда точка в двумерном конфигурационном пространстве описывает фигуру типа фигуры Лиссажу.

Литература

1. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М.: Физматгиз.1959.916 с.
2. Вильке В.Г. Шаповалов И.Л. Автоколебания двух тел с нелинейным трением : Вестник МГУ. Сер.1. Математика, механика. 2011. № 4. С.39–45.
3. Ланда П.С. Автоколебания в распределенных системах. Изд. 2. М. Либроком. 2010.320 с.

4. Степанов С.Я., Хизгияев С.В. Автоколебания двухмассовой механической системы с кусочно–постоянной моделью сухого трения. Ломоносовские чтения, апрель 2007. Изд-во МГУ. 2007 .С.142.
5. Хизгияев С.В. Автоколебания двухмассового осциллятора с сухим трением//ПММ.2007. № 6.С.1004–1013.
6. Pacejka H.B. Tyre and Vehicle Dynamics. L.UK: Elsevier. 2005. 621.
7. Pascal M. Dynamics and stability of a two degrees of freedom oscillator with an elastic stop//J. of Computational and Nonlinear Dynamics. 2006. V.1. № 1. P. 94–102.