

Секция «Математика и механика»

Циклы линейных и полулинейных отображений

Климчук Татьяна Владимировна

Студент

КНУ - Киевский Национальный Университет имени Тараса Шевченко,

Механико-математический факультет, Киев, Украина

E-mail: missklmchuck@yandex.ru

Отображение  $\mathcal{A}$  между комплексными векторными пространствами  $U$  и  $V$  называется *полулинейным*, если

$$\mathcal{A}(u + u') = \mathcal{A}u + \mathcal{A}u', \quad \mathcal{A}(\alpha u) = \bar{\alpha}\mathcal{A}u$$

для всех  $u, u' \in U$  и  $\alpha \in \mathbb{C}$ . Будем писать  $\mathcal{A} : U \rightarrow V$ , если  $\mathcal{A}$  — линейное отображение и  $\mathcal{A} : U \dashrightarrow V$ , если  $\mathcal{A}$  — полулинейное отображение. Матрица полулинейного оператора  $\mathcal{A} : U \dashrightarrow U$  приводится преобразованиями конподобия  $\bar{S}^{-1}AS$  ( $S$  невырожденная). В [1] получена каноническая форма матриц цикла линейных и полулинейных отображений:

$$V_1 \xrightarrow{\quad} V_2 \xrightarrow{\quad} \cdots \xrightarrow{\quad} V_t$$

(каждая линия обозначает  $\rightarrow$ ,  $\leftarrow$ ,  $\dashrightarrow$  или  $\dashleftarrow$ ). Для пары взаимных операторов  $V_1 \rightleftharpoons V_2$  эту каноническую форму получили Н.М. Добровольская и В.А. Пономарев (1965); для циклов линейных отображений (нет пунктирных стрелок) — Л.А. Назарова (1973) и, независимо, Р. Donovan и М.Р. Freislich (1973). И.М. Гельфанд и В.А. Пономарев (1969) доказали, что задача классификации пары коммутирующих линейных операторов содержит задачу классификации  $n$ -ки линейных операторов для любого  $n$ . Задача классификации пары линейных операторов используется в теории представлений как мера сложности; задача, которая ее содержит, считается безнадежной. В [2] доказано, что задача классификации пары коммутирующих полулинейных операторов содержит задачу классификации любого набора линейных и полулинейных операторов (поэтому ее можно считать безнадежной и использовать как меру сложности в теории систем линейных и полулинейных отображений).

Литература

1. D. Duarte de Oliveira, R.A. Horn, T. Klimchuk, V.V. Sergeichuk. Remarks on the classification of a pair of commuting semilinear operators // Linear Algebra Appl., 2012. Vol. 436. P. 3362–3372.
2. D. Duarte de Oliveira, V. Futorny, R.A. Horn, T. Klimchuk, D. Kovalenko, V.V. Sergeichuk. Cycles of linear and semilinear mappings // Linear Algebra Appl., 2013. Vol. 438. P. 3442–3453.