Секция «Математика и механика»

Вычисление групп симметрий атомов с помощью понятия f-графов

Орлова Елена Игоревна
Студент
МГУ - Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: eiorlenok@mail.ru

Понятие атома было введено А. Т. Фоменко (см. [1]). Двумерный атом — это двумерная замкнутая компактная поверхность P (ориентируемая или неориентируемая), содержащая граф K с вершинами кратности 4, который разбивает поверхность в объединение двумерных дисков (клеток); причем, эти клетки можно раскрасить в два цвета (белый и черный) так, что каждое ребро графа граничит ровно с одной черной и ровно с одной белой клетками. Гомеоморфизмы пары (P, K) на себя, сохраняющие цвет клеток, и рассматриваемые с точностью до гомеоморфизмов, переводящих каждое ребро графа K в себя с сохранением любой выбранной на нем ориентации, образуют группу симметрий атома. Существует полезная переформулировка определения атома через f-графы, принадлежащая А. А. Ошемкову (см. [1]). Рассмотрим набор непересекающихся ориентированных окружностей. Выделим на них произвольным образом четное число точек, разобьем это множество на пары произвольным образом, и соединим получившиеся пары неориентированными отрезками с приписанным числом $+1$ или -1. Это и есть f-граф. Назовем 2 f-графа эквивалентными, если один из другого можно получить последовательностью следующих операций. Разрешается заменять ориентации всех ребер какого-то цикла и одновременно изменять метки на всех неориентированных ребрах, инцидентных этому циклу, на противоположные. Если оба конца неориентированного ребра принадлежат данному циклу, то метка на этом ребре не меняется. Классы эквивалентности f-графов назовем f-инвариантами. Существует взаимно-однозначное соответствие между f-инвариантами и атомами.

Теорема 1 *Вычислены группы симметрий неориентируемых атомов сложности не более трех. Результат приведен в таблице.*

$\widehat{Sym}$	Атомы
$\mathbb{Z}_2$	$\widetilde{D}_1, \widetilde{E}_1, \widetilde{F}_2, \widetilde{F}_4, \widetilde{F}_5, \widetilde{F}_6, \widetilde{F}_7, \widetilde{G}_2, \widetilde{G}_4, \widetilde{G}_5, \widetilde{G}_6, \widetilde{H}_2, \widetilde{H}_4$
$\mathbb{Z}_2 \oplus \mathbb{Z}_2$	$\widetilde{B}, \widetilde{C}_2, \widetilde{D}_2, \widetilde{E}_2, \widetilde{E}_3, \widetilde{E}_4, \widetilde{E}_5, \widetilde{E}_6, \widetilde{G}_1, \widetilde{G}_3, \widetilde{G}_7$
D_3	$\widetilde{H}_1$
D_4	$\widetilde{C}_1$
D_6	$\widetilde{E}_7$
E	$\widetilde{F}_1, \widetilde{F}_3, \widetilde{H}_3$

Литература

1. Болсинов А. В., Фоменко А. Т. Интегрируемые гамильтоновы системы — Ижевск: Издательский дом «Удмуртский университет», 1999.

Слова благодарности

Выражаю огромную благодарность за помощь в подготовке к докладу Анатолию Тимофеевичу Фоменко и Андрею Александровичу Ошемкову.