

Секция «Математика и механика»

Построение деревьев разводки сигнала

Сытдыков Тимур Рашидович

Студент

филиал МГУ имени М.В.Ломоносова в городе Ташкенте, Факультет прикладной математики и информатики, Ташкент, Узбекистан

E-mail: str719@mail.ru

Пусть дано ориентированное корневое дерево. Будем считать, что от корня дерева к листьям вдоль ребер дерева распространяется сигнал. В каждой вершине этот сигнал испытывает задержку, равную количеству ребер, исходящих из данной вершины. На всем пути от корня к листу сигнал испытывает задержку, равную сумме задержек на всех вершинах, входящих в путь. Таким образом, для каждого листа задержка сигнала будет целым неотрицательным числом, которое однозначно восстанавливается по структуре дерева. Каждому дереву можно составить последовательность a_1, a_2, \dots, a_n величин задержек сигнала до листьев данного дерева, где n — число листьев. Исследуемая задача заключается в следующем. Пусть дана последовательность a_1, a_2, \dots, a_n натуральных чисел. Требуется определить, существует ли дерево, последовательность задержек сигнала до листьев которого совпадает с заданной последовательностью. Если такое дерево существует, последовательность назовем *реализуемой*, а соответствующее дерево — *реализующим* данную последовательность.

Определим функцию $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$, следующим образом: $g(1) = 1$, $g(3k) = 3^{-k}$, $k \geq 1$, $g(3k+2) = 3^{-k} \cdot 2^{-1}$, $k \geq 0$, $g(3k+4) = 3^{-k} \cdot 2^{-2}$, $k \geq 0$.

Для последовательности $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ определим $S(A) = \sum_{i=1}^n g(a_i)$.

Теорема 1. Если для заданной последовательности $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ выполнено $S(A) \leq 5/6$, то она реализуема, если же $S(A) > 1$, то последовательность A не является реализуемой.

Для случаев, когда $5/6 < S(A) \leq 1$, разработан алгоритм, который за линейное время устанавливает, является ли последовательность реализуемой.

Теорема 2. Пусть $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ — возрастающая последовательность натуральных чисел. Тогда существует алгоритм, который за время $O(n)$ устанавливает, является ли последовательность A реализуемой.

Данный алгоритм может быть использован в схемотехнике при решении задачи о конструировании схемы с заданным набором задержек до узлов.

Слова благодарности

Автор выражает благодарность профессору Э. Э. Гасанову за научное руководство и помощь в работе.