Секция «Математика и механика»

Алгоритмическая разрешимость проблемы выразимости автоматно-отделимых подалгебр термов

Боков Григорий Владимирович

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: bokovgrigoriy@gmail.com

Обозначим через $T_F = T_F(X)$ множество термов над функциональными символами F и переменными X, и через M_F множество модусных операций [3] над термами T_F. Для произвольного $\Omega \subseteq M_F$ пару (T_F, Ω) будем называть алгеброй термов с универсумом T_F и операциями Ω. На конечно-порожденных подалгебрах L из (T_F, Ω) определим массовую проблему ВЫРАЗИМОСТЬ(Ω, L) [1]: дан терм t и спрашивается можно ли t выразить через термы множества L посредством операций Ω, т.е. $t \in [L]_\Omega$. В такой общей формулировке проблема алгоритмически не разрешима [5,6]. Но, если Ω состоит только из операции modus ponens и множество L конечно-апроксимируемо, то проблема алгоритмически разрешима [2]. В данной работе в терминах автоматов над термами дается необходимое условие алгоритмической разрешимости проблемы ВЫРАЗИМОСТЬ(Ω, L) для произвольного множества модусных операций Ω.

Множество автоматов над термами T_F обозначим через A_F [4]. Каждый автомат $\mathfrak{A} \in A_F$ задает предикат $\rho_{\mathfrak{A}}(x)$ на множестве термов. Операция $\omega \in M_F$ сохраняет автомат $\mathfrak{A} \in A_F$, если она сохраняет предикат $\rho_{\mathfrak{A}}(x)$. Положим $A_F^{\Omega,L} = \{\mathfrak{A} \in A_F \mid \Omega \text{ сохраняет } \mathfrak{A},\ \rho_{\mathfrak{A}}(L)\}$.МножествоL $\subseteq T_F$ автоматно-отделимо, если условие $t \in L$ равносильно тому, что $\rho_{\mathfrak{A}}(t)$ для каждого $\mathfrak{A} \in A_F^{\Omega,L}$.

Теорема 1 *Для любых конечных множеств операций $\Omega \subseteq M_F$ и термов $L \subseteq T_F$, если множество $[L]_\Omega$ автоматно-отделимо, то проблема ВЫРАЗИМОСТЬ(Ω, L) алгоритмически разрешима.*

Литература

1. Кудрявцев В.Б. Функциональные системы. - М.: Изд-во Моск. ун-та, 1982.

2. Кузнецов А.В. Неразрешимость общих проблем полноты, разрешимости и эквивалентности для исчислений высказываний. Алгебра и логика, 1963, том 2, номер 4, стр. 47—66.

3. Минц Г.Е. Допустимые и производные правила. Записки научных семинаров ЛОМИ АН СССР, 8 (1968), 189-191.

4. H. Comon, M. Dauchet. R. Gilleron, F. Jacquemard, M. Tommasi, Tree Automata Techniques and Applications, 2008.

5. S. Linial and E. L. Post, Recursive unsolvability of the deducibility, Tarski's comleteness, and independence of axioms problems of the propositional calculus (abstract). Bulletin of the American Mathematical Society, 1949, vol. 55, p. 50.

6. Боков Г.В. Проблема полноты в исчислении высказываний. — М., Интеллектуальные системы, т. 13, №. 1-4, с. 165 - 181, 2009.