

Секция «Математика и механика»

Интеграл Концевича для траекторий случайных процессов

Кузнецов Василий Алексеевич

Аспирант

Институт математики НАН Украины, Отдел Теории случайных процессов, Киев,
Украина

E-mail: vasylkuz@mail.ru

В связи с изучением топологических свойств стохастических потоков [1] возникает задача описания совокупностей траекторий случайных процессов как элементов группы кос. Коса - это непрерывная траектория в топологическом пространстве $\mathbb{C}^n \setminus \{\exists i, j : z_i = z_j\}$. Косы различаются с точностью до гомотопии. Для кос известна система инвариантов Васильева, полная в том смысле, что две косы гомотопны тогда и только тогда, когда для них совпадают все инварианты Васильева. Для инвариантов Васильева известно интегральное представление, данное М. Л. Концевичем. У докладе рассматривается эта система инвариантов для траекторий независимых винеровских процессов. Интегралом Концевича порядка m для гладкой косы $Z(t) = (Z_1(t), \dots, Z_n(t))$ называется [2] такой элемент пространства диаграмм порядка m :

$$K_m = \sum_{P \in \mathbb{P}_{mn} \Delta_m} \int \omega_{P_{11}P_{12}}(t_1) \dots \omega_{P_{m1}P_{m2}}(t_m) D(P),$$

где $\Delta_m = \Delta_m(T) = \{(t_1, \dots, t_m) \mid 0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_m \leq T\}$,
 $\omega_{ij}(t) = \omega_{ji}(t) = \frac{1}{2\pi i} \frac{dZ_i(t) - dZ_j(t)}{Z_i(t) - Z_j(t)}$.

Интегральные инварианты Концевича можно определить не только для гладких, а и для непрерывных кос. Имеет место такой результат. Любой интегральный инвариант Концевича для непрерывной траектории является пределом соответствующих инвариантов для последовательности вписанных в эту траекторию ломаных, коли мелкость разбиения временного интервала стремится к нулю. Основной результат работы таков. Для независимых винеровских процессов $W_i(t), t \in [0, T], i = 0 \dots k$ интегральные инварианты Концевича вычисляются как соответствующие кратные интегралы Стратоновича.

Литература

1. Fabrice Baudoin. An Introduction to the Geometry of Stochastic Flows. World Scientific Publishing Company, March 2005
2. Mitchell A Berger. Topological invariants in braid theory. Letters in Mathematical Physics, 2001 vol. 55, number 3

Слова благодарности

Выражаю благодарность моему научному руководителю Андею Анатольевичу Дороговцеву за постановку задачи и многочисленные плодотворные обсуждения.