## Секция «Математика и механика»

# Теорема о классической пропускной способности измерительного канала с использованием сцепленности.

***Кузнецова Анна Александровна***
*Соискатель*
*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия*
*E-mail: kelit@list.ru*

Одним из важных результатов квантовой теории информации является теорема кодирования, дающая выражение для классической пропускной способности $C_{ea}(\Phi)$ с использованием сцепленного состояния для квантового канала $\Phi$ через максимум квантовой взаимной информации $I(S,\Phi)$ по всевозможным входным состояниям:

$$C_{ea}(\Phi) = \max_S I(S,\Phi). \qquad (1)$$

Доказательство в случае конечномерных каналов дано в работе [5]. Для бесконечномерных каналов с ограничением на входе справедливо обобщение теоремы (1), доказанное в [2]. Использование сцепленного состояния дает возможность многократного увеличения скорости передачи информации по квантовому каналу с шумом по сравнению с обычной пропускной способностью. В работе [1] рассмотрен ряд примеров измерительных каналов, иллюстрирующих этот факт. При этом для измерения с дискретным выходным алфавитом измерительный канал можно рассматривать как квантовый и к нему применимы результаты работ [5] и [2]. Для измерений с непрерывным алфавитом такой подход невозможен, и формулировка протокола передачи информации с использованием сцепленности, а также доказательство теоремы кодирования требуют рассмотрения гибридных классически-квантовых систем [3] ,[4]. В докладе дается доказательство теоремы кодирования для пропускной способности с использованием сцепленности в случае бесконечномерного измерительного квантового канала с произвольным алфавитом, дающей выражение для соответствующей пропускной способности через редукцию энтропии $ER(S,\mathfrak{M})$ [6].

**Теорема 1.** *Пусть $S$ — оператор плотности в бесконечномерном гильбертовом пространстве $\mathcal{H}$, $M(d\omega)$ — наблюдаемая с множеством значений в полном сепарабельном метрическом пространстве $\Omega$ и $\mathcal{M} : S \to \mathrm{Tr}SM(d\omega)$ — измерительный канал. Предположим, что выполнено условие*

$$\sup_{S:\mathrm{Tr}SF\leq E} h(p) < \infty,$$

*где $h(p)$ — классическая дифференциальная энтропия плотности распределения вероятностей $\mathrm{Tr}SM(d\omega)$, $F$ — самосопряженный положительный оператор, удовлетворяющий условию $\mathrm{Tr}e^{-\beta F} < \infty$ для всех $\beta > 0$, $E$ — некоторая положительная постоянная. Тогда*

$$C_{ea}(\mathcal{M}) = \sup_{S:\mathrm{Tr}SF\leq E} ER(S,\mathfrak{M}).$$

Эта теорема дает математическое обоснование формул, используемых в работе [1].

### Литература

1. Холево А.С. Информационная емкость квантовой наблюдаемой. // Проблемы передачи информации, 2012, т.48, с. 3-13.

2. Холево А.С. Классические пропускные способности квантового канала с ограничением на входе. // Теория вероятностей и ее применения, 2003, т. 48, №2, с. 359-374.

3. Barchielli A., Lupieri G. Instruments and channels in quantum information theory. // Optics and Spectroscopy, 2005, v. 99, p. 425-432.

4. Barchielli A., Lupieri G. Instruments and mutual entropies in quantum information. // Banach Center Publications, 2006, v. 73, p. 65-80.

5. Bennett C.H., Shor P.W., Smolin J.A., Thaplyal A.V. Entanglement-assisted capacity and the reverse Shannon theorem. // IEEE Trans. Inform. Theory, 2002, v. 48, p. 2637-2655.

6. Shirokov M.E. Entropy reduction of quantum measurement. // Journal of Mathematical Physics, 2011, v. 52, 052202.

### Слова благодарности

Автор благодарит А.С.Холево за постановку задачи и помощь в работе.