Секция «Математика и механика»

Некоторые неравенства для многоканальных систем с регенерирующим входным потоком

Айбатов Серик Жагалбаевич
Студент
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: capseriktoday@mail.ru

[12pt]article [cp1251]inputenc [russian]babel soul amsmath,amssymb,amscd,array,ulem mathrsfs graphicx

Некоторые неравенства для многоканальных систем с регенерирующим входящим потоком

Рассмотрим r-канальную систему с регенерирующим входным потоком $A(t)$ (определение см.в[1]) и общей очередью. Одной из особенностей регенерирующего входного потока является то, что интервалы между поступления требований не является независимыми случайными величинами, но существуют моменты $\theta_n \nearrow \infty$, такие что последовательность

$$\{A(t)-A(\theta_n), \theta_{n+1}-\theta_n, t \in [\theta_n, \theta_{n+1}\}$$

состоит из независимых одинаково распределенных случайных элементов. Рассмотрена вспомогательная система $\bar{S}$ в которой требования поступают партиями объема $\xi_n = A(\theta_{n+1}) - A(\theta_n)$ в моменты θ_n. Отметим, что ξ_n и $\tau_n = \theta_{n+1} - \theta_n$ являются зависимыми случайными величинами. Введем следующие обозначения. Виртуальное время обслуживания $W(t) = W(\theta_n) + s(t, \theta_n) - r(t-\theta_n) + J_1(t, \theta_n) + \dots + J_r(t, \theta_n)$, где $s(t, \theta_n)$ количество работы пришедшее за время $[\theta_n, t]$, а $J_k(t, \theta_n)$ время простоя k-го сервера в период $[\theta_n, t]$, виртуальное время обслуживания для вспомогательной системы $\bar{W}(t) = \bar{W}(\theta_n) + \gamma_n - r(t-\theta_n) + \bar{J}_1(t, \theta_n) + \dots + \bar{J}_r(t, \theta_n)$ где γ_n количество работы пришедшее за время $[\theta_n, \theta_{n+1}]$, а $\bar{J}_k(t, \theta_n)$ время простоя k-го сервера в период $[\theta_n, t]$ в системе $\bar{S}$ $N(t) = \max\{n : \theta_n \leqslant t \leqslant \theta_{n+1}\}$
Виртуальное время ожидания можно представить как сумму упорядоченных по возрастанию слагаемых $W(t) = w_1(t) + \dots + w_r(t)$ и $\bar{W}(t) = \bar{w_1}(t) + \dots + \bar{w_r}(t)$. Где каждая компонента представляет собой виртуальное время обслуживания на некотором приборе в момент t. Обозначим

$$\Delta_n = (r-1)w_r(\theta_n) - \sum_{i=1}^{r-1} w_i(\theta_n) \qquad \bar{\Delta}_n = (r-1)\bar{w_r}(\theta_n) - \sum_{i=1}^{r-1} \bar{w_i}(\theta_n)$$

Теорема 1 *Для любого $t \in [\theta_n, \theta_{n+1}]$ существует набор чисел $\{k_i(t)\}_1^r \quad k_i(t) \leqslant N(t)$, таких что с вероятностью 1 выполняется следующие неравенство*

$$\bar{W}(t) - \gamma_n \leqslant W(t) \leqslant \bar{W}(t) + \tau_{k_1(t)} + \dots + \tau_{k_r(t)}$$

Теорема 2 *Если* $\mathsf{E}\gamma_n^{m+1} \leqslant \infty$ *и существует такое* $b > 0$ *и* $\mathsf{P}(\gamma_n \geqslant b) > 0$ *Тогда*

$$\mathsf{E}\bar{\Delta}_n^{\,m} \leqslant b^m(r-1)^m + \frac{b^m r^m}{(m+1)\,\mathsf{P}(\gamma_n \geqslant b)} + \frac{\mathsf{E}((r-1)\gamma_n + 2b)^{m+1}}{b\,\mathsf{P}(\gamma_n \geqslant b)}$$

Эта теорема обобщает результат доказанный в [2]

Теорема 3 *Если* $\mathsf{E}\gamma_n^{m+1} \leqslant \infty$ *и существует такое* $b > 0$ *и* $\mathsf{P}(\gamma_n \geqslant b) > 0$ *Тогда*

$$\mathsf{E}\Delta_n^m \leqslant ((r-1)(\mathsf{E}\tau_{k_r(\theta_n)}^m)^{\frac{1}{m}} + (\mathsf{E}\bar{\Delta}_n^{\,m})^{\frac{1}{m}})^m$$