

Секция «Математика и механика»

Устойчивость моделей авторезонанса

Султанов Оскар Анварович

Аспирант

Институт математики с вычислительным центром УНЦ РАН, Отдел  
дифференциальных уравнений, Уфа, Россия

E-mail: oasultanov@gmail.com

Рассматриваются системы модельных уравнений, возникающие в теории нелинейных колебаний в задачах с малой накачкой:

$$\frac{dr}{dt} = \sin \psi, \quad r \left[ \frac{d\psi}{dt} - r^2 + \lambda t \right] = \cos \psi; \quad (1)$$

$$\frac{dr}{dt} = r \sin \psi, \quad \frac{d\psi}{dt} - r^2 + \lambda t = \cos \psi. \quad (2)$$

Здесь  $\lambda = \text{const} > 0$ . Функции  $r(t)$ ,  $\psi(t)$  соответствуют медленно меняющейся амплитуде и сдвигу фазы быстрых гармонических колебаний. Для рассматриваемых уравнений существуют решения двух типов: с ограниченной и неограниченной амплитудой. Решения с неограниченно растущей амплитудой  $r(t) \approx \sqrt{\lambda t}$  при  $t \rightarrow \infty$  соответствуют явлению авторезонанса [1]. Обсуждается вопрос устойчивости таких решений относительно возмущений начальных данных, а также при постоянно действующих возмущениях. На ряду с (1) и (2) рассматриваются системы возмущенных уравнений:

$$\frac{dr}{dt} = (1 + \xi) \sin \psi, \quad r \left[ \frac{d\psi}{dt} - r^2 + \lambda t + \zeta \right] = (1 + \eta) \cos \psi;$$

$$\frac{dr}{dt} = r(1 + \xi) \sin \psi, \quad \frac{d\psi}{dt} - r^2 + \lambda t + \zeta = (1 + \eta) \cos \psi.$$

Функции  $\xi$  и  $\eta$  соответствуют возмущению амплитуды,  $\zeta$  – возмущению фазы накачки. Описываются классы детерминированных и случайных возмущений, при которых авторезонансные решения устойчивы [2]. Устойчивость доказывается при помощи функции Ляпунова.

Литература

1. Калякин Л.А. Асимптотический анализ моделей авторезонанса // Успехи мат. наук. 2008. Т.63, Вып. 5. С. 3-72.
2. Султанов О.А. Устойчивость моделей авторезонанса при постоянно действующих возмущениях // Тр. ИММ УрО РАН, 2012. Т. 18. № 2. С. 254-264.