

Секция «Вычислительная математика и кибернетика»

Аналитический вид обобщенных решений смешанных задач для волнового уравнения в случае неоднородных нелокальных условий, заданных на конечном подмножестве точек струны

Стефонишин Даниил Александрович

Студент

*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Факультет
вычислительной математики и кибернетики, Москва, Россия*

E-mail: stefonishin@gmail.com

Волновое уравнение — одно из важнейших в физике и математике. Наряду с механическими колебаниями с его помощью могут быть описаны процессы распространения электромагнитных, гравитационных и акустических волн в газах, жидкостях и твердых средах. В первой половине XX в. сформировался определенный интерес к построению обобщенных решений начально-краевых задач для этого уравнения. В цикле работ, начатых В. А. Ильиным в 1999 г. и продолженных его учениками, а так же Е. И. Моисеевым и его учениками важнейшую роль при решении задач оптимального управления играют решения смешанных задач, найденные в явном аналитическом виде.

Нами были рассмотрены смешанные задачи для волнового уравнения с нулевыми начальными, однородными граничными и неоднородными нелокальными условиями типа условий Бицадзе-Самарского, связывающими значение решения или его производной на произвольном фиксированном конечном подмножестве точек струны, содержащем её правый конец.

В. А. Ильиным в [2] была доказана теорема единственности для указанных задач. Нами же был установлен явный аналитический вид обобщенных решений этих задач. Этот результат является логическим продолжением работы [3], где в частном случае были получены обобщенные решения смешанных задач при задании нелокальных условий данного типа лишь на одной точке, помимо конца струны.

Выполненная работа носит теоретический характер, однако ее результаты можно использовать для моделирования различных колебательных процессов в задачах математической физики. Полученные в работе аналитические формулы найдут применение при решении задач управления, описываемых рассмотренными условиями.

Литература

1. Ильин В.А. Граничное управление процессом колебаний на двух концах в терминах обобщенного решения волнового уравнения с конечной энергией // Дифференц. уравнения. 2000. Т. 36, No 11. С. 1513–1528.
2. Ильин В.А. Единственность обобщенных решений смешанных задач для волнового уравнения с нелокальными граничными условиями // Дифференц. уравнения. 2008. Т. 44, No 5. С. 672–680.
3. Кулешов А.А. Смешанные задачи для уравнения колебаний струны с однородными граничными и неоднородными нелокальными условиями // Дифференц. уравнения. 2010. Т. 46, No 1. С. 98–104.

4. Холмеева А.А. Оптимизация нелокального граничного управления колебаниями струны с закрепленным концом за произвольный кратный $2l$ промежуток времени // Дифференц. уравнения. 2008. Т. 44, № 5. С. 696–700.