

Секция «Вычислительная математика и кибернетика»

Использование метода эpsilon сетей для решения обратных задач на суперкомпьютерах.

Сучков Егор Петрович

Кандидат наук

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Факультет вычислительной математики и кибернетики, Москва, Россия

E-mail: suchkov.egor@gmail.com

Необходимость решения некорректно поставленных задач возникает во многих важных приложениях. При этом часто входные данные задачи определены лишь с некоторой погрешностью. Известно, что малым изменениям входных данных некорректно поставленной задачи могут соответствовать большие изменения её выходных данных[2], то есть имеет место неустойчивость по входным данным. Однако методы решения некорректных задач обычно разыскивают одно решение и не дают ответа на вопрос о наличии других существенно отличающихся от найденного решений, удовлетворяющих тем же входным данным в рамках заданной погрешности. Поэтому важным направлением является разработка методов построения всех сильно различающихся решений некорректных задач с неточно заданными входными данными.

Предложенный численный метод позволяет построить в классе функций ϵ -сети[1] существенно различные решения или обосновать отсутствие таковых при исследовании достаточно широкого круга обратных задач математической физики с неточно заданными входными данными. Поэтому в общем случае метод может быть пригоден для численного исследования в классе функций ϵ -сети вопроса о корректности задачи, а именно: существования и единственности решения, устойчивости по входным данным. При стремлении ϵ к 0 множество функций ϵ -сети даёт весь исходный класс функций, что позволяет с уменьшением ϵ увеличивать точность анализа в смысле приближения ϵ -сети к исходному классу функций.

Указанный метод также позволяет проводить численное исследование значимости того или иного дополнительного условия для выделения одного решения из набора существенно различных, то есть исследование постановки задачи на устойчивость по входным данным. В случае отсутствия у задачи сильно различающихся решений метод даёт оценку интервала доверия, в который попадают решения при заданной погрешности входных данных. Границы этого интервала образуются из максимальных и минимальных значений найденного на ϵ -сети набора близких решений.

Данная методика хорошо распараллеливается и может быть использована при расчетах на суперкомпьютерах как для одномерных, так и для многомерных задач. В работе впервые получены оценки максимально достижимой точности ϵ -сети и оптимального числа процессоров при решении обратных задач на суперкомпьютере "Ломоносов" и эксафлопных ЭВМ, использовании технологии CUDA.

Литература

1. А.Н. Колмогоров, В.М. Тихомиров. " ϵ -энтропия и " ϵ -ёмкость множеств в функциональных пространствах. // Успехи мат. наук. 1956, т. XIV, вып. 2(86), с. 3-86.

2. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. - М: Наука, 1986, 288 с.