# Секция «Философия. Культурология. Религиоведение»

## Временная сложность алгоритма поиска вывода для натуральных силлогистических исчислений

***Красненкова Анастасия Владимировна***
*Кандидат наук*
*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Философский факультет, Москва, Россия*
*E-mail: novatariya@yandex.ru*

Примеры указанных исчислений и сам алгоритм поиска вывода приведены в [1].

Вначале дадим оценку временной сложности силлогистического фрагмента указанного алгоритма (т.е. той части алгоритма, которая работает только с силлогистическими правилами вывода).Отметим, что силлогистический фрагмент алгоритма не требует для своей работы формирования целей, поэтому будем оценивать его сложность только на множестве формул СВ, где СВ — стек вывода .

**Теорема 1.** *Нижняя граница сложности силлогистического фрагмента алгоритма лежит в классе* ***NP****.*

Доказательство проводится следующим образом. Применение алгоритма к формулам СВ кодируется в виде булевой формулы в КНФ (конъюнктивной нормальной форме, где каждый дизъюнкт не содержит одновременно литерала и его отрицания). Каждый конъюнкт кодирует применение некоторого силлогистического правила; каждый дизъюнкт либо его отрицание — применимость либо, соответственно, неприменимость рассматриваемого правила к данной формуле.

В качестве вычислительной модели используется машина Тьюринга с оракулом.

На конкретном примере (попытка обоснования утверждения $SaP, SaM, \sim QaM \vdash Pe\sim Q$ в системе **нТС** ) показывается, что полученная формула в КНФ не соответствует ни одному пункту теоремы Шефера [2] о возможностях вычислить выполнимость данной формулы за полиномиальное время и, следовательно, согласно той же теореме, сложность решения данной задачи принадлежит к классу **NP**.

**Теорема 2.** *Верхняя граница сложности силлогистического фрагмента алгоритма также лежит в классе* ***NP****.*

Доказательство теоремы является следствием теоремы о конечности алгоритма, доказательство которой приводится в [3]. Показывается, что максимальная длина соответствующей формулы в КНФ, описывающей полный перебор на множестве СВ, выражается через формулу $cn^4 + bn^2$, где $c, b$ — некоторые константы; возможно, что большие; $n$ кодирует число терминов, входящих в изначальную формулу/ формулы, и их силлогистических отрицаний. Рассматривается наихудший случай, когда исходное число терминов в 2 раза больше общего числа исходных формул. Тем не менее, сложность перебора не выходит за рамки класса **NP**.

**Теорема 3.** *Нижняя граница сложности пропозиционального фрагмента алгоритма лежит в классе* ***EXPTIME****.*

Под пропозициональным фрагментом алгоритма будем понимать ту его часть, которая работает с формулами. содержащими бинарные логические связки, и требует формирования стека целей.

Теорема доказывается через демонстрацию факта, что для ряда примеров работа алгоритма может быть промоделирована (за полиномиальное время) в секвенциальном исчислении для классической логики высказываний. Известно, что сложность данного исчисления оценивается как $n!$, и следовательно, как секвенциальное исчисление, так и пропозициональный фрагмент алгоритма принадлежат классу **EXPTIME**.

**Теорема 4.** *Нижняя граница сложности алгоритма поиска вывода лежит в классе **NEXPTIME**.*

Теорема доказывается через умножение мер сложности обоих фрагментов.

### Литература

1. Красненкова А.В. Алгоритм поиска вывода для систем негативной силлогистики. Диссертация на соискание ученой степени кандидата философских наук. Специальность 09.00.07 – Логика. Москва, 2009.

2. Красненкова А.В. Доказательство конечности алгоритма поиска вывода для систем негативной силлогистики и оценка его временной сложности. «Труды Математического центра имени Н.И. Лобачевского», Казань: Издательство Казанского математического общества, Издательство Казанского государственного университета, 2011. Т. 44. Стр. 181 — 183.

3. Schaefer's dichotomy theorem: http://en.wikipedia.org/wiki/Schaefer's$_{d}ichotomy_{t}heorem$