

Секция «Математика и механика»

Об одном классе эволюционных стохастических дифференциальных уравнений параболического типа с пространственно-временным шумом

Абдуллин Марат Айратович

Студент

Уфимский государственный авиационный технический университет, Факультет естественных наук, Уфа, Россия

E-mail: 79marat97@rambler.ru

Рассматривается первая краевая задача

$$u_t = u_{xx} + F(t, x, X(t), Y(x), u(t, x)) \cdot X'(t) + G(t, x, X(t), Y(x), u_x(t, x)) \cdot Z'(x) + f(t, x, X(t), Z(x), u(t, x)), \quad (1)$$

$$u(0, x) = V(x), \quad u(0, t) = \mu_1(t, X(t)), \quad u(l, t) = \mu_2(t, X(t)), \quad (t, x) \in [0, T] \times [0, l],$$

где коэффициенты $F(t, x, X, Y, u)$, $G(t, x, X, Y, u)$ дважды непрерывно дифференцируемы по всем переменным, $X(t)$, $t \in [0, T]$, и $Z(x)$, $x \in [0, l]$, – винеровские процессы, формальные производные которых в уравнении (1) понимаются в смысле интеграла Стратоновича, а само уравнение (1) – в интегральном виде.

Показано, что решение данной задачи можно свести к решению первой краевой задачи для классического параболического уравнения, не содержащего стохастические интегралы. При этом решение исходной задачи имеет вид

$$u(t, x) = \int_0^x \psi^*(t, y, X(t), C^*(t, y, X(t), C(t, y))) dy + \mu_1(t, X(t)),$$

где функции ψ^* , C^* могут быть найдены при помощи интегрирования из коэффициентов уравнения (1), а функция $C(t, x)$ есть решение уравнения:

$$C_t = A \cdot C_{xx} + B \cdot C_x + C \cdot C_x^2 - P(t, x, X(t), Z(x), \psi^*) = 0,$$

$$u(0, x) = V(x), \quad u(0, t) = \mu_3(t, X(t)), \quad u(l, t) = \mu_4(t, X(t)), \quad (x, t) \in [0, l] \times [0; T],$$

где функции A, B, C, P, μ_3, μ_4 определяются из коэффициентов уравнения (1) и начальных условий.

Главное отличие данной работы от работы Парамозиной (см. [2]) заключается в том, что рассматривается шум не только по временной, но и по пространственной переменной.

Литература

1. Насыров Ф. С. Локальные времена, симметричные интегралы и стохастический анализ. М.: Физматлит, 2011, 212 с.
2. Парамозина И.Г. Математическое моделирование процессов, характеризующихся диффузионными связями и случайными воздействиями в виде белого и цветного шумов. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. 2008.