

Секция «Математика и механика»

О проблеме моментов в некоторых классах стохастических уравнений

Грачев Денис Александрович

Кандидат наук

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Физический факультет, Москва, Россия

E-mail: dengrac@mail.ru

Работа посвящена моментной теории решений некоторых стохастических дифференциальных уравнений с коэффициентами в виде процессов с обновлением, а также случайных процессов с короткими (мгновенными) корреляциями.

Для решения линейного уравнения

$$\frac{d^{n+1}y}{dx^{n+1}} + \xi_n(x) \frac{d^n y}{dx^n} + \xi_{n-1}(x) \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \dots + \xi_1(x) \frac{dy}{dx} + \xi_0(x)y = 0,$$

коэффициенты $\xi_j(x) = \xi_j(x, \omega)$ которого являются процессами с мгновенными корреляциями, предложен простой алгоритм вывода замкнутого дифференциального уравнения для моментной функции $Y_m(x) = \langle y^m(x) \rangle$ произвольного натурального порядка m . Доказана теорема замкнутости [1], из которой, в частности, получено ограничение на порядок старшей производной в соответствующем моментном уравнении.

Предложенный алгоритм апробирован в контексте проблемы усреднения поля Якоби вдоль геодезической риманова многообразия со случайной кривизной [2,3]. Показано, что высшие статистические моменты этого поля экспоненциально растут даже тогда, когда среднее значение кривизны равно нулю. Другими словами, на плоских в среднем многообразиях близкие геодезические имеют тенденцию экспоненциально разбегаться подобно тому, как ведут себя близкие геодезические на многообразиях отрицательной кривизны. Отметим, что подобный эффект ранее был установлен для математического ожидания поля Якоби [4].

Литература

1. Грачев Д.А. Тензорный подход к проблеме усреднения дифференциальных уравнений с δ -коррелированными случайными коэффициентами // Математические заметки. 2010, 87 (3). С. 359-368.
2. Grachev D.A. Averaging of Jacobi fields along geodesics on manifolds of random curvature // Journal of Mathematical Sciences. 2009, 160 (1). P. 128-138.
3. Грачев Д.А. Тензорный подход к усреднению поля Якоби вдоль геодезической со случайной кривизной // Вестник Московского университета. Серия 1. Математика. Механика. 2010, 5. С. 58-61.
4. Lamburt V.G., Sokoloff D.D., Tutubalin V.N. Light propagation in a Universe with spatial inhomogeneities // Astrophysics and Space Science. 2005, 298. P. 409-418.

Слова благодарности

Автор выражает глубокую благодарность профессорам Д.Д. Соколову и В.Н. Тутубалину за критические замечания и постоянное внимание к работе.