

Секция «Математика и механика»

Формулы Фейнмана для нестационарного уравнения четвертого порядка

Бузинов Максим Сергеевич

Студент

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана,

Фундаментальные науки, Климовск, Россия

E-mail: maxim.cad@gmail.com

Представления решений эволюционных уравнений с помощью предела кратных интегралов при стремлении кратности к бесконечности называют формулами Фейнмана.

Метод получения формул был предложен в работах О.Г.Смолянова и его соавторов в 1999 - 2003 г.г.. Он является принципиально новым и позволяет получать формулы Фейнмана для обширного класса эволюционных уравнений на различных геометрических структурах.

В работе рассмотрено эволюционное уравнение, содержащее производную четвертого порядка по пространственной переменной. Доказано существование сильно непрерывной полугруппы на пространстве $L_2(\mathbb{R})$, разрешающей задачу Коши для рассмотренного уравнения. Получены гамильтонова и лагранжева формулы Фейнмана для решения этой задачи Коши. При некоторых дополнительных предположениях получены гамильтоновы и лагранжева формулы Фейнмана для нестационарного уравнения четвертого порядка с дополнительными слагаемыми (потенциалом) в правой части. Надо отметить, что лагранжевы формулы Фейнмана удобны для численного моделирования решений эволюционных уравнений, в то время как гамильтоновы формулы Фейнмана связаны с интегралами Фейнмана по траекториям в фазовом пространстве квантовой системы. Такие интегралы являются важными объектами квантовой физики.

В работе также проведено численное моделирование полученных формул Фейнмана. Проведены эксперименты на ряде модельных задач.

Литература

1. Богачев В.И., Смолянов О.Г. Действительный и функциональный анализ. Университетский курс. Москва; Ижевск, 2009.
2. Бутко Я.А., Формулы Фейнмана и функциональные интегралы для диффузии со сносом в области многообразия // Мат. Заметки, **83**. 2008. No. 3. С. 333-349.
3. Бутко Я.А., Смолянов О.Г., Шиллинг Р.Л., Формулы Фейнмана для феллеровских полугрупп // Доклады РАН, **434**. 2010. No. 1. С. 7-11.
4. Зорич В.А. Математический анализ. МЦНМО, Москва, 2002. Т.2.
5. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Издательство "Мир". Москва, 1977. Т. 1,2.
6. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексной переменной. ФИЗМАТЛИТ, 2010.

7. Butko Yana A., Schilling Rene, Smolyanov Oleg G. Lagrangian and Hamiltonian Feynman formulae for some Feller semigroups and their perturbations // Preprint, 2011.
8. Böttcher Björn, Butko Yana A., Schilling Rene, Smolyanov Oleg G. Feynman formulae and path integrals for some evolution semigroups related to τ -Quantization // Rus. J. Math. Phys., Vol. 18, No. 4. P.381-399, PleiadesPublishing Ltd, 2011.
9. Engel K-J., Nagel R. One-Parameter Semigroups for Linear Evolution Equations. Springer, 1995.
10. Hwang I. L. The L_2 -Boundedness of Pseudodifferential Operators // American Mathematical Society, <http://www.jstor.org/stable/2000896>, 2010.
11. Pazy A. Semigroups of linear operators and Applications to partial differential equation. Springer-Verlag, 1983.
12. Smolyanov O.G., Weizsäcker H.v. and Wittich O., Diffusion on compact Riemannian manifolds, and surface measures // Doklady Math. **61**. 2000. P.230-234.
13. Smolyanov O.G., Tokarev A.G., Truman A., Hamiltonian Feynman path integrals via the Chernoff formula // J. Math. Phys. **43**. No. 10. 2002. p.5161-5171.
14. Smolyanov O.G., Weizsäcker H. v., Wittich O., Brownian Motion on a Manifold as Limit of Stepwise Conditioned Standard Brownian Motions. In: Stochastic Processes, Physics and Geometry: New Interplays. II: A Volume in Honor of Sergio Albeverio. Ser. Conference Proceedings. Canadian Math. Society. Providence: AMS. **29**. 2000. P. 589-602.
15. Smolyanov O. G., Weizsäcker H. v., Wittich O., Chernoff's theorem and the construction of semigroups. Evolution Equations: Applications to Physics, Industry, Life Sciences and Economics // Proc. 7th Intl. Conf. Evolution Eqs and Appl., Levico Terme, Italy, Oct./Nov. 2000. Birkhäuser, Prog. Nonlinear Dier. Eq. Appl. **55**, Basel. 2003. P. 349-358.
16. Smolyanov O.G., Weizsäcker H.v., Wittich O., Surface Measures and Initial Boundary Value Problems Generated by Diffusions with Drift // Doklady Math. **76**. No 1. 2007. P. 606-610.

Слова благодарности

Глубоко признателен преподавателям кафедры математического моделирования МГТУ. им. Н.Э. Баумана за полученные знания и навыки, так необходимые в ходе работы. Особую благодарность хочется выразить своему руководителю Яне Анатольевне Киндеркнехт (Бутко) за оказанное внимание и поддержку, за пищу для размышлений и ценные советы.