Секция «Математика и механика»

Квантовая вероятность и иерархия лапласианов Леви

Волков Борис Олегович
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: boris–volkov@yandex.ru

Экзотические лапласианы Леви были введены как семейство бесконечномерных операторов Лапласа Δ_L^k, где $k \in \mathbb{Z}_+$ [1]. Классический лапласиан Леви и лапласиан Гросса-Вольтерры являются частными случаями экзотических лапласианов Леви при $k = 0$ и $k = 1$ соответственно. Если $E \subset H \subset E^*$– оснащенное гильбертово пространство и $\{e_n\}$ — ортонормированный базис H,состоящий из векторов пространства E, тогда на функции $F \in C^2(E, \mathbb{C})$ значение оператора Δ_L^k определяется так: $\Delta_L^k F(x) = \frac{1}{N^k}\sum_{n=1}^N \langle F''(x)e_n, e_n\rangle$. Зафиксируем в $H = \{f \in L_2[0,1]\colon \int_0^1 f(s)ds = 0\}$ естественный базис из тригонометрических функций $\{e_n\}$ и рассмотрим оснащенное гильбертово пространство $E \subset H \subset E^*$, построенное в [2], и соответствующее пространство Хиды-Кубо-Такенаки $(E) \subset L_2(E^*, \nu) \subset (E)^*$ $(\widetilde{\nu}(\xi) = e^{-\frac{<\xi,\xi>}{2}})$. Это пространство изоморфно пространству Фока над $E \subset H \subset E^*$. На $(E)^*$ лапласианы Леви Δ_L^k определяются через S-преобразование: $\Delta_L^k \Phi = S^{-1}\Delta_L^k S\Phi$ для $\Phi \in (E^*)$. Используя методы работ [1,2], мы получаем следующее утверждение о связи между экзотическими лапласианами Леви. Обозначим символом d оператор дифференцирования на E. Если $\Phi \in dom\Delta_L^0$, тогда $\Delta_L^{2k}\Gamma((d^*)^k)\Phi = \frac{\pi^{2k}}{2k}\Gamma((d^*)^k)\Delta_L^0\Phi$; если $\Phi \in dom\Delta_L^1$, тогда $\Delta_L^{2k+1}\Gamma((d^*)^k)\Phi = \Gamma((d^*)^k)\frac{\pi^{2k}}{2k+1}\Delta_L^1\Phi$ при $k \in \mathbb{N}$. Тогда выводится выражение Δ_L^k через квантовые случайные процессы [1,3]. Пусть b_t— процесс уничтожения. Выполняется $\Delta_L^{2k} = \int_0^1 b_s^{(-k)} b_s^{(-k)} ds$ при $k \in \mathbb{Z}_+$. Пусть $\Phi \in (E)^*$ и$< (S\Phi)''(\xi), \zeta \otimes \eta >= \int_{[0,1]\times[0,1]} \zeta_t^{(k)} \eta_s^{(k)} d\mu_\xi(s,t)$, где μ_ξ—знакопеременная мера с ограниченной вариацией, тогда

$$\Delta_L^{2k+1}\Phi = \lim_{\varepsilon\to 0}\int_{\{|s-t|<\varepsilon; t,s\in[0,1]\}} b_t^{(-k)} b_s^{(-k)} dtds\Phi = S^{-1}(\int_{\{(t,s)\colon t=s\}} 1 d\mu_\xi(s,t)),$$

если правая часть равенства существует.

Литература

1. Аккарди Л., Смолянов О.Г. Обобщенные лапласианы Леви и чезаровские средние // Доклады Академии наук. 2009. Т. 424, No. 5, С. 583-587.

2. Accardi L., Ji U.C., Saito K. Exotic Laplacians and derivatives of white noise // Inf. Dimen. Anal. Quantum Probab. Rel. Top. 2011. V. 14, No. 1, p. 1-14.

3. Accardy L., Lu Y.-G. and Volovich I. Nonlinear extensions of classical and quantum stochastic calculus and essentialy infinite dimensional analysis // Probability Towards 2000, Lexture Notes in Statistics. 1998. V. 128, p. 1-33.

Слова благодарности

Автор благодарен профессору Олегу Георгиевичу Смолянову за поддержку и полезные дискуссии.