Секция «Вычислительная математика и кибернетика»

Метод восстановления нелинейного коэффициента в задаче популяционной динамики, оценки его точности и вычислительной сложности

Чурбанов Дмитрий Владимирович
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Факультет вычислительной математики и кибернетики, Москва, Россия
E-mail: dmitriychurbanov@gmail.com

Процессы, связанные с динамикой живых сообществ, изучались на протяженни длительного времени [1]. В том числе рассматривались обратные задачи, связанные с данными моделями (см. [2] и др.). В настоящее время много внимания уделяется изучению нелинейных моделей [3], одна из которых может быть представлена в следующем виде:

$$u_t + u_x = \mu(u),\ 0 \le x \le 1, \quad 0 \le t \le 1, \tag{1}$$

$$u(0,t) = \psi(t),\ 0 \le t \le 1,\ u(x,0) = \phi(x),\ 0 \le x \le 1.$$

Исследуется обратная задача по восстановлению неизвестного коэффициента $\mu(s)$ уравнения (1) по известным функциям $\phi(x)$, $\psi(t)$ и дополнительно заданным значениям $u(1,t) = c(t),\ t \in [0,1]$. Рассматривается случай, когда областью значений функции $u(x,t)$ является отрезок $[\phi(0), \phi(1)]$ ($\phi'(x) > 0,\ x \in [0,1]$). Обратная задача сводится к решению функционального уравнения

$$\frac{c'(t)}{\mu(c(t))} + \frac{\phi'(1-t)}{\mu(\phi(1-t))} = 1,\ t \in [0,1], \tag{2}$$

с запаздывающим аргументом. Выделены условия, при которых решение $\mu(s)$ данного уравнения существует и единственно. При определенных условиях на известные функции $\psi(t)$, $\phi(x)$, $c(t)$ можно представить уравнение (2) как уравнение со сжимающим в окрестности точки $s = \phi(1)$ оператором. На этом свойстве построен численный метод, по которому на первом этапе итерационно вычисляется приближение к функции $\mu(s)$ в окрестности значения $\phi(1)$, а на втором полученное приближение с использованием уравнения (2) распространяется на всю область определения функции $\mu(s)$, а именно на отрезок $[\phi(0), \phi(1)]$. Установлено, что данный метод дает приближение $\hat{\mu}(s)$ к точному решению $\mu(s)$ с любой наперёд заданной точностью $\varepsilon > 0$ при $s \in [\phi(0), \phi(1)]$, и для него построены оценка необходимой точности на первом этапе, гарантирующей получение заданного ε, и оценка объёма требуемых вычислений.

Литература

1. Webb G.F. Nonlinear Age-Dependent Population Dynamics. New York, 1987.
2. Денисов А. М., Макеев А. С. Численные методы решения обратной задачи для модели популяции // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2006. No 3. С. 490-500.
3. Sinestrari E. Non-Linear Age-Dependent Population Growth // J. Math. Biol. 1980. V.9. P.331-345.