

Секция «Математика и механика»

Управление движениями маятника переменной длины на подвижном основании

Геранина Илона Владимировна

Студент

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика

С.П.Королева, Летательных аппаратов, Самара, Россия

E-mail: opalika@mail.ru

В работе рассмотрена динамика математического маятника переменной длины, точка подвеса которого может совершать заданное движение в плоскости его колебаний по законам $\theta = \theta(t)$, $\nu = \nu(t)$. Выведены уравнения неуправляемых движений маятника в виде уравнений Лагранжа второго рода [2]:

$$l\ddot{\varphi} + 2\dot{\varphi}\dot{l} + \ddot{\nu} \cos \varphi + \ddot{\theta} \sin \varphi = -g \sin \varphi$$

где $\varphi(t)$ - угол отклонения маятника от вертикали, $l(t)$ - его длина, g - ускорение свободного падения.

Решена задача синтеза программного управления, обеспечивающего реализацию заданного желаемого движения маятника $\varphi = \varphi^*(t)$ (в общем не являющегося решением исходной неуправляемой системы):

$$Q_{\text{пр}} = l\ddot{\varphi}^* + 2\dot{\varphi}^*\dot{l} + \ddot{\nu} \cos \varphi^* + \ddot{\theta} \sin \varphi^* + g \sin \varphi^*$$

Также для движения $\varphi^*(t)$ маятника построена система возмущенного движения (в отклонениях $x = \varphi - \varphi^*(t)$) и получено стабилизирующее управление по принципу обратной связи, обеспечивающее асимптотическую устойчивость программного движения исходной системы.

$$Q_{\text{ст}} = 4l\dot{\varphi}^* + 2l\ddot{\varphi}^* + \ddot{\nu} \cos(\varphi^* + x) + \ddot{\theta} \sin(\varphi^* + x) + \dot{\varphi}^*(\dot{\nu} \cos(\varphi^* + x) - \dot{\theta} \sin(\varphi^* + x)) - Cx - D\dot{x} - Q_{\text{пр}}$$

где C и D - постоянные, удовлетворяющие условиям: $C > 0$, $D \geq -2\dot{l}$.

Решение получено в замкнутой аналитической форме для произвольного закона изменения длины маятника. Исследование проводилось на основе второго метода Ляпунова классической теории устойчивости с использованием функции Ляпунова со знаком-постоянной производной [1]. Основные результаты проиллюстрированы графическим представлением численных расчетов.

Литература

1. Андреев А.С. Об устойчивости и неустойчивости нулевого решения неавтономной системы // ПММ. 1984. Т. 48, в. 2.
2. Маркеев А.П. Теоретическая механика: Учеб. пособие для мех.-мат. спец. ун-тов. М.: Наука, 1990, 414с.

Конференция «Ломоносов 2011»

Слова благодарности

Автор выражает благодарность за постановку задачи и постоянное внимание к работе доценту С.П.Безгласному