

Секция «Математика и механика»

Точки равновесия интегрируемой системы "Шар Чаплыгина" с гироскатом

Фокичева Виктория Викторовна

Студент

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: arinir@yandex.ru

Система "Шар Чаплыгина" [1,2] описывает качение уравновешенного инерционно несимметричного шара по абсолютно шероховатой горизонтальной поверхности, с закрепленным внутри постоянным гироскатом.

Фазовым пространством системы является пространство \mathbb{R}^6 с координатами (γ, ω) , где $\gamma, \omega \in \mathbb{R}^3$. Система имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{M} = (M + K) \times \omega \\ \dot{\gamma} = \gamma \end{cases} \quad \text{где}$$

$$M = J\omega - D(\gamma, \omega)\gamma, \quad J = I + DE, \quad I =$$

Система "Шар Чаплыгина" обладает четырьмя интегралами:

$$H = (M, \omega)/2, \quad N = (M + K, M + K), \quad C = (M + K, \gamma), \quad G = (\gamma, \gamma).$$

При ограничении системы на совместные поверхности уровня интегралов C и G получаем симплектическое многообразие M^4 . Система на M^4 является конформно-гамильтоновой.

Очень важным шагом в исследовании системы является нахождение ее особенностей. В работе явно найдены точки ранга ноль, которые являются подмножеством неподвижных точек системы. Также исследована их невырожденность.

Теорема 1.

При почти всех параметрах системы (I, D, K, C) критических точек ранга ноль не более 6 и они задаются соотношениями:

$$\gamma_i = \frac{K_i}{c - aI_i}, \quad w_i = \frac{aK_i}{c - aI_i},$$

где a — действительный корень следующего уравнения шестой степени:

$$\frac{K_1^2}{(c - aI_1)^2} + \frac{K_2^2}{(c - aI_2)^2} + \frac{K_3^2}{(c - aI_3)^2} = 1.$$

Теорема 2.

При почти всех параметрах системы и значениях интеграла C критические точки ранга ноль системы "Шар Чаплыгина" являются невырожденными.

Литература

1. А.В.Борисов, И.С. Мамаев. Гамильтоновость задачи Чаплыгина о качении Шара, Мат. заметки, 2001, т. 70, №5

2. А.Ю.Москвин. Шар Чаплыгина с гиростатом: особые решения, 2009, Нелинейная динамика, 5 (3)
3. А.В.Болсинов, А.Т. Фоменко, Интегрируемые гамильтоновы системы. Геометрия, топология, классификация. т.1,2, РХД, Ижевск, 1999

Слова благодарности

Автор выражает глубокую благодарность за ценные замечания и постоянное внимание к работе А.В.Болсинову, А.А.Ошемкову, А.Ю.Москвину и научному руководителю А.Т.Фоменко.