

Секция «Математика и механика»

Предельные уравнения движения математического маятника в быстро колеблющейся плоскости

Маркеева Анастасия Анатольевна

Студент

МГУ им. М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: katenolomnja@gmail.com

Рассматривается задача о движении математического маятника в быстро колеблющейся плоскости, которая является обобщением известной задачи о маятнике с вибрирующей точкой подвеса [1].

В неподвижной вертикальной плоскости размещена окружность радиуса a с центром O . По окружности может двигаться материальная точка массы m в поле силы тяжести. Положение точки на окружности определяется углом θ , который отсчитывается от нижнего положения. К плоскости в точке O жестко прикреплен стержень длины l , составляющий с этой плоскостью угол α . Другой конец стержня крепится к неподвижной точке — шаровому шарниру. Зададим движение стержня сферическими углами $\varphi(t) = \frac{A}{\nu} \sin \nu t$, $\psi(t) = \frac{B}{\nu} \cos(\nu t + \delta)$.

Показывается, что на заданном конечном интервале времени, при стремлении частоты колебаний плоскости к бесконечности, решения уравнений Лагранжа сходятся (слабо в смысле L_2 по скорости и равномерно по положению) к решениям уравнений, называемым предельными:

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} = & \left(\frac{lB^2}{2a} \cos \alpha - \frac{g}{a} \sin \alpha \right) \sin \theta + \frac{lAB \sin \delta \sin 2\alpha}{4a} \cos \theta + \\ & + \frac{\sin 2\theta}{4} \left(\frac{l^2}{a^2} (B^2 - A^2 \sin^2 \alpha) + (B^2 \sin^2 \alpha - A^2) \right) - \\ & - \frac{\cos 2\theta}{2} \left(AB \sin \delta + \frac{l^2}{a^2} AB \sin \delta \sin \alpha \right) - \frac{AB \sin \delta}{2} \quad (1) \end{aligned}$$

Исследованы некоторые свойства предельных уравнений.

Литература

1. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М., Физматгиз, 1963