Секция «Математика и механика»

Об одной компактификации счетного дискретного пространства

Головастов Роман Александрович
Аспирант
Удмуртский государственный университет, Математический, Ижевск, Россия
E-mail: rpa4@bk.ru

Мы рассматриваем бикомпактное расширение счетного дискретного пространства, как пространство Стоуна некоторой булевой алгебры, построенной аналогично булевой алгебре расширения Белла [2]. Расширение Белла BN изучалось нами в [1,3].

Опишем построение нашего расширения. Введем следующие обозначения:
$P_2 = \{f \in \omega^\omega \colon 0 \leqslant f(n) \leqslant 1 \text{ для } n \in \omega\}$, $N_2 = \{f|_n \colon f \in P_2,\ n \subset \omega\}$,
$T_2 = \{\pi \in N_2^\omega \colon dom\pi(n) = n+1 \text{ для } n \in \omega\}$, $C_s = \{t \in N_2 \colon t|_{doms} = s\}$,
$C_\pi = \cup\{C_{\pi(n)} \colon n \in \omega\}$, $B' = \{C_\pi \colon \pi \in T_2\} \cup \{N_2 \setminus C_\pi \colon \pi \in T_2\}$.

Пусть B_2 — булева алгебра, порожденная множествами из B'. Определим $\mathrm{b}(\mathrm{N}_2, B_2)$ как пространство Стоуна булевой алгебры B_2.

Теорема 1. Пространство $b(N_2, B_2)$ вкладывается в качестве замкнутого нигде не плотного множества в BN.

На N_2 естественным образом вводится отношение порядка: $s \leqslant t$ если t является продолжением s.

Теорема 2. Для пространства $b(N_2, B_2)$ выполнено следующее:

1) Пусть $A = \{s_i \in N_2 \colon i \in \omega\}$ — полная цепь. Тогда $A \in B_2$, $[A]$ является открыто-замкнутым множеством в $b(N_2, B_2)$ и $[A] \setminus A$ состоит из одной точки.

2) Если $A = \{f|_n \colon n \in M\}$, где $f \in P_2$ и $M \subset \omega$: $|M| = |\omega \setminus M| = \omega$. Тогда $[A]$ не является открыто-замкнутым множеством в $b(N_2, B_2)$.

3) Пусть $A = \{\pi(n) \colon n \in M \subseteq \omega\}$ — строгая антицепь. Тогда $A \in B_2$, $[A]$ является открыто-замкнутым множеством в $b(N_2, B_2)$ и $[A]$ гомеоморфно βN.

Заметим, что нарост расширения Белла обладает счетным числом Суслина, но не сепарабелен [2]. В рассматриваемом нами расширении $b(N_2, B_2)$ ситуация иная, о чем говорит следствие из следующей теоремы.

Теорема 3. В любой окресности Ox произвольной неизолированной точки из нароста $x \in b(N_2, B_2) \setminus N_2$ содержится открыто-замкнутая копия βN.

Следствие. Для любой неизолированной точки нароста $x \in b(N_2, B_2) \setminus N_2$ и произвольной ее окресности Ox справедливо $c(Ox) = 2^\omega$.

Литература

1. Грызлов А.А., Бастрыков Е.С., Головастов Р.А. О точках одного бикомпактного расширения N // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные Науки. 2010. Вып. 3. С. 10-17.

2. Bell M.G. Compact ccc non-separable spaces of small weight // Topology Proceedings. 1980. Vol. 5. P. 11-25.

3. Gryzlov A.A., Bastrykov E.S., Golovastov R.A. On Bell's compactification of N // Topology Proceedings. 2010. Vol. 35. P.177-185.