

Секция «Математика и механика»

Универсальный g -полином
Ероховец Николай Юрьевич

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,
Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: erochovetsn@hotmail.com

В докладе будет предложена универсальная функториальная конструкция, обобщающая конструкцию торического g - и h -полиномов частично-упорядоченных множеств.

Пусть \mathbb{A} – коммутативное ассоциативное кольцо с единицей, и пусть $A = \sum A^{2n}$, $n \geq 0$, – связная градуированная ассоциативная \mathbb{A} -алгебра. Рассмотрим градуированное кольцо $A[\alpha, t]$, $\deg \alpha = \deg t = 2$. Градуированной деформацией умножения в \mathbb{A} -алгебре A называется гомоморфизм градуированных \mathbb{A} -алгебр $\Psi: A \rightarrow A[\alpha, t]$, $\Psi(a) = \Psi(a; \alpha, t)$, такой что $\Psi(a; 0, 0) = a$ для любого $a \in A$. Пусть $\tau: \mathbb{A}[\alpha, t] \rightarrow \mathbb{A}[\alpha, t]$ – кольцевой гомоморфизм, меняющий местами α и t .

Теорема. Пусть $\Psi: A \rightarrow A[\alpha, t]$ – градуированная деформация умножения в \mathbb{A} -алгебре A .

I. Тогда существует единственная пара градуированных \mathbb{A} -линейных отображений $\tilde{G} = \tilde{G}_\Psi$, $G = G_\Psi: A \rightarrow \mathbb{A}[\alpha, t]$, таких что:

- (i) $G(1) = 1$, $G(a) = \sum g_i \alpha^i t^{n+1-i}$, $0 \leq i \leq [\frac{n}{2}]$, $g_i \in \mathbb{A}$, для любого $a \in A^{2(n+1)}$;
- (ii) $\tilde{G}(1) = 1$, $\tilde{G}(a) = \sum \tilde{g}_i \alpha^i t^{n+1-i}$, $[\frac{n}{2}] + 1 \leq i \leq n + 1$, $\tilde{g}_i \in \mathbb{A}$, для любого $a \in A^{2(n+1)}$;
- (iii) Отображения G и \tilde{G} связаны уравнением $\tilde{G} = G\Psi$.

II. Отображения G и \tilde{G} являются гомоморфизмами \mathbb{A} -алгебр.

III. Если в кольце A нет 2-крючения и $\Psi(\Psi(a; t, \alpha); \alpha, t) = a$ для любого $a \in A$, то $\tilde{G} = \tau G$.

Как приложения будут получены торические g - и h -полиномы выпуклых многогранников, частично упорядоченных множеств и квазисимметрических функций, установлена взаимосвязь между ними как следствие функториальности конструкции и показано, что торический h -полином выпуклого многогранника является симметрическим.

Слова благодарности

Докладчик выражает благодарность своему научному руководителю В.М.Бухштаберу за постановку задачи и постоянное внимание к работе.