Секция «Математика и механика»

Локальная динамика пары связанных осцилляторов ФитцХью-Нагумо с "асимметричным"взаимодействием

Марушкина Елена Александровна
Аспирант
Ярославский государственный университет имени П.Г.Демидова, Факультет информатики и вычислительной техники, Ярославль, Россия
E-mail: lenochka_s24@mail.ru

Рассматривается пара связанных осцилляторов типа ФитцХью-Нагумо [1] с асимметричным взаимодействием: второй элемент возбуждающе действует на первый, а первый элемент оказывает тормозящее действие на второй.

$$\begin{aligned}
&x_1' = x_1 + x_1^* - (x_1 + x_1^*)^3/3 - (y_1 + y_1^*) + \gamma_1(x_2 + x_2^*)\,,\\
&y_1' = \varepsilon(x_1 + x_1^* + a_1)\,,\\
&x_2' = x_2 + x_2^* - (x_2 + x_2^*)^3/3 - (y_2 + y_2^*) - \gamma_2(x_1 + x_1^*)\,,\\
&y_2' = \varepsilon(x_2 + x_2^* + a_2)\,.
\end{aligned} \tag{1}$$

Здесь переменные x_1, x_2 – нормированные мембранные потенциалы нервной клетки. Состояние равновесия системы (1) сдвинуто в ноль так, что значения переменных выбраны следующим образом: $x_1^* = -a_1$, $x_2^* = -a_2$, $y_1^* = -a_1 + a_1^3/3 - \gamma_1 a_2$, $y_2^* = -a_2 + a_2^3/3 + \gamma_2 a_1$. Выберем параметры системы близкими к критическому случаю, когда в спектре матрицы линейной части системы (1) имеем две пары чисто мнимых собственных значений $\pm\omega_1$, $\pm\omega_2$: $a_1 = \sqrt{2-\mu}\cos\varphi$, $a_2 = \sqrt{2-\alpha\mu}\sin\varphi$. Заметим, что параметр $0 < \mu \le \varepsilon$. Параметры $\gamma_1 > 0$, $\gamma_2 > 0$ характеризуют связь между нервными клетками, параметр $0 < \varepsilon \le 1$ фиксирован.

С помощью стандартной замены метода нормальных форм [2] система (1) сводится к следующей нормальной форме:

$$\begin{aligned}
&z_1' = \Phi_1 z_1 + (A_{11}|z_1|^2 + A_{12}|z_2|^2)z_1\,,\\
&z_2' = \Phi_2 z_2 + (A_{21}|z_1|^2 + A_{22}|z_2|^2)z_2\,,
\end{aligned} \tag{2}$$

Вначале для анализа системы (2) ставится вопрос о ее диссипативности. Затем изучаются состояния равновесия – находятся промежутки изменения бифуркационного параметра φ для их существования и устойчивости.

Литература

1. FitzHugh R. Threshold and plateaus in the Hodgkin-Huxley nerve equations // The Journal of Generical Physiology. 1960. P. 867-896.

2. Глызин С.Д., Колесов А.Ю. Локальные методы анализа динамических систем: учебное пособие. Ярославль: ЯрГУ, 2006. 92 с.

Слова благодарности

Выполнено при поддержке государственного контракта № П11 ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России"на 2009-2013 годы.