Секция «Математика и механика»

Двумерные свертки и вычислительные алгоритмы

Васильев Александр Владимирович
Аспирант
Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского, Физико-математический факультет, Брянск, Россия
E-mail: alexvassel@gmail.com

Мы рассматриваем двумерное сингулярное интегральное уравнение с ядром Кальдерона-Зигмунда [1] следующего вида

$$au(x) + v.p. \int\limits_{\mathbf{R}^2} K(x-y)u(y)dy = v(x), \quad x \in \mathbf{R}^2 \tag{1}$$

и предлагаем для "компьютерного" решения применять следующую схему.Вместо уравнения (1) на целочисленной решетке (mod h) $\mathbf{Z}_h^2$ с шагом h рассматривается бесконечная система линейных алгебраических уравнений

$$au_h(x_j) + \sum_{y_i \in \mathbf{Z}_h^2} K(x_j - y_i)h^2 = v_h(x_j), \; x_j \in \mathbf{Z}_h^2, \tag{2}$$

которая разрешима одновременно с (1) [2].

Далее берем сужение ядра $K(x)$ на "дискретный" куб $Q_N = \{x \in \mathbf{Z}_h^2 : |x| \leq N, \; |x| = max|x_k|, k = 1, 2\}$.

Это сужение периодически продолжается на $\mathbf{Z}_h^2$, и уравнение (2) мы заменяем уравнением с так называемой циклической сверткой [3,4]. Последнее позволяет применить аппарат быстрого преобразования Фурье и получить существенный выигрыш во времени по сравнению с решением "усеченной"системы (2).

Рассмотрены некоторые тестовые примеры, позволяющие проиллюстрировать вычислительные преимущества этого подхода.

Литература

1. Mikhlin S.G., Prössdorf S. Singular integral operators. Berlin, Akademie-Verlag, 1986.

2. Vasilyev V.B. On certain continual and discrete convolution operators. Proc. MATHMOD Vienna-09, 6th Vienna Conference on Mathematical Modeling, 11-13 February 2009, Vienna University of Technology. Full Papers CD Volume. Editors I. Troch, F. Breitenecker. Argesim Report No. 35. P. 2616-2618.

3. Нуссбаумер Г. Быстрое преобразование Фурье и алгоритмы вычисления сверток. М.: Радио и связь, 1992.

4. Оппенгейм А., Шафер Р. Цифровая обработка сигналов. М.: Техносфера, 2009.