

О свойствах решений задач распространения волн в нелинейных средах

Пшеницына Н.А.

аспирант

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова,
механико-математический факультет, Москва, Россия

pshenya@gmail.ru

Распространение нелинейных волн в диссипативной среде описывается неоднородным уравнением Бюргерса

$$\begin{aligned}u_x - uu_y - \epsilon u_{yy} &= g(y), \\ u(x=0, y) &= 0\end{aligned}\tag{1}$$

в области $Q_x = \{(x, y) : 0 \leq x \leq X, -\infty < y < \infty\}$.

Правая часть уравнения (1) полагается случайным процессом, заданным вероятностной мерой μ_0 на пространстве B_0 реализаций $g(y)$. Статистическое решение задачи Коши с исходной мерой μ_0 определяется как некоторая вероятностная мера μ , заданная на пространстве B функций $u(x, y)$.

Для задачи (1) доказано существование статистического решения для произвольной исходной меры μ_0 . Найдены достаточные условия таких свойств, как однородность (независимость от сдвига) вероятностной меры решения, стационарность и эргодичность.

В случае нелинейной среды с релаксацией процессы распространения волн описываются следующим интегро-дифференциальным уравнением:

$$\begin{aligned}\rho\left(\frac{x}{\delta}\right)u_x + \alpha\left(\frac{x}{\delta}\right)f_y(u) - \beta\left(\frac{x}{\delta}\right)u_{yy} &= v\left(\frac{x}{\delta}\right)\eta \int_{-\infty}^y u_y(x, y') \exp\left(\frac{y' - y}{\tau}\right) dy', \\ u(x=0, y) &= \varphi(y), \\ u(x, y+1) &= u(x, y),\end{aligned}\tag{2}$$

в области $Q_x = \{(x, y) : 0 \leq x \leq X, -\infty < y < \infty\}$, δ - малый параметр.

Для задачи (2) доказаны существование и единственность решения. Найдено осредненное по δ уравнение, соответствующее (2), с постоянными коэффициентами. Доказаны существование и единственность решения осредненного уравнения, а также близость решений задачи (2) и осредненной задачи.

Литература:

1. Арсеньев А.А. О статистических решениях нелинейного волнового уравнения. // Препринт №81 ИПМ АН СССР. М.: 1978.
2. Олейник О.А. Разрывные решения нелинейных дифференциальных уравнений. // УМН, 1957, т. 12, вып. 3.
3. Гихман И.И., Скороход А.В. Введение в теорию случайных процессов // М.: Наука, 1965.
4. Руденко О.В., Солуян С.И. Теоретические основы нелинейной акустики. // М.: Наука, 1975.