Секция «9. Количественные методы и информационные технологии в финансах и экономике»

Моделирование уценки автомобилей на основе теоретико-игрового подхода

Шовкова Екатерина Сергеевна
Студент
ФУ РФ - Финансовый университет при Правительстве РФ, Факультет финансов и кредита, Москва, Россия
E-mail: shovkate@mail.ru

Научный руководитель
доцент Ященко Наталья Алексеевна

Применение теории игр получает все более значительное распространение в экономической науке. К настоящему времени объектами аналитического исследования в теории игр стали задачи решения различных проблем, в том числе и рыночное ценообразование.

Рассмотрим следующую экономическую задачу: провести распродажу автомобилей известной марки японской компании с обязательной их уценкой, в связи с производством новой модели по более выгодой цене (на основе данных о спросе на этот автомобиль в официальных дилерских центрах).

Партия товара составляет 39 195 ед. Исходная цена автомобиля 14 490 долларов [3]. Необходимо произвести уценку по одному из возможных вариантов снижения цены на 5, 10, 15, 20, 30, 40 При решении задачи будем использовать методы теории игр, чтобы дать рекомендации о пределе снижения цены и ожидаемой выручке.

Ввиду того, что компании неясно, как отреагирует покупатель на то или иное снижение цены, то оптимальные стратегии будут найдены на основе использования критериев Вальда, Сэвиджа и Гурвица.

Начальные данные для расчета приведены в табл. 1.

Значения используемых в таблице обозначений:

- «Стратегия» - обозначение стратегии снижения цены A_i, где i = 1,..., N;
- «Скидка (S_i), процентах от начальной цены Z_0 для каждой стратегии A_i;
- «Цена (Z_i), дол.» - цена исследуемого товара (автомобиля), соответствующая стратегии A_i;
- «Спрос (Q_i), ед.» - прогнозируемый спрос на товар, соответствующая стратегии A_i;
- «Выручка (V_i), дол» - прогнозируемая выручка от продажи товара соответственно стратегии $A_{i.}$

Значения скидки *(S_i)* указаны в постановке задачи, значения цены (Z_i) рассчитываются по формуле) [4]:

$$Z_i(S_i, Z_0) = Z_0 - (\frac{Z_0 \times S_i}{100})$$

i=1,..., N.

Для каждого снижения цены коэффициент эластичности E(Z_i) считаем как отношение относительного прироста величины спроса к относительному приросту цены [5]:

$$E(Z_i) = |\frac{Q_i - Q_{(i-1)}}{Q_{(i-1)} + Q_i}| \times |\frac{Z_{(i-1)} + Z_i}{Z_i - Z_{(i-1)}})|$$

где i=1,. . . ,6;

- E – коэффициент ценовой эластичности спроса, который зависит от цены Z_i;
- Q_{i-1} – величина спроса до изменения цены, Q_i – после изменения (единиц);
- Z_{i-1} – начальная цена, Z_i– новая (долларов).

Значения выручки для каждой стратегии A_i, где i = 1,. . . ,N, рассчитывались по следующим формулам:

$$Q_i(Z_i, E(Z_i)) = Q_{(i-1)} \times \left[(E(Z_i) + \frac{Z_{(i-1)} + Z_i}{Z_i - Z_{(i-1)}}) \div (\frac{Z_{(i-1)} + Z_i}{Z_i - Z_{(i-1)}} - E(Z_i)\right]$$

$$V_{ij}(Z_i, Q_i, E_j) = Z_i \times Q_i(E_j) = Z_i \times Q_{(i-1)} \times \left[(E_j + \frac{Z_{(i-1)} + Z_i}{Z_i - Z_{(i-1)}}) \div (\frac{Z_{(i-1)} + Z_i}{Z_i - Z_{(i-1)}} - E_j)\right]$$

Таким образом, рассчитав коэффициенты эластичности по данным табл. 1, получим количественные характеристики ценовой эластичности спроса в различных ценовых интервалах. В пределах первых четырех интервалов спрос эластичен, в пятом и шестом – неэластичен. На участках эластичного спроса снижение цены и рост объема продаж приводят к увеличению общей выручки от реализации продукции, на участке неэластичного спроса – к уменьшению выручки.

Чем же важен коэффициент эластичности? Информация об эластичности или неэластичности спроса на товар очень важная для предпринимателей, целью которых является увеличение прибыли от продажи товара. Ведь ценовая эластичность - это реакция изменения спроса (предложения) на изменение цены [2].

Один из разделов теории игр занимается исследованием вопросов принятия решения в условиях, когда вероятности принятия неопределенного состояния среды неизвестны и отсутствует любая возможность получения какой-либо статистической информации [1]. Для рассматриваемой задачи в качестве такой среды может выступать, в частности, коэффициент эластичности по цене. Возьмем достаточно подробный перечень его значений: E_1 = 0,1; E_2 = 0,3; E_3=0,6; E_4=0,9; E_5=1,2; E_6=1,5; E_7=1,8; E_8=2,2; E_9=2,4; E_{10}=2,7; E_{11} = 3,0. Зная объем проданной партии товара, его цену и прогнозируемый спрос, предшествующие уценке для каждого снижения цены, процент скидки S_i (стратегии A_i, i=1,. . . ,6) и значения E_j, где j=1,. . . ,11, эластичности, мы можем рассчитать возможную выручку от продажи товара a_{ij} (дол.).

Теперь рассчитаем платежную матрицу в соответствии с начальными данными, получим табл. 2. Для выработки рекомендации о принятии решения могут применяться различные критерии. Рассмотрим критерии Вальда, Сэвиджа и Гурвица.

Теперь применим рассмотренные критерии Вальда и Гурвица к нашей платежной матрице и вычислим оптимальную стратегию снижения цены. На основе платежной матрицы из табл. 2 вычислим величину G по формуле:

$$G_io(\lambda) = G(\lambda) = max(G_i(\lambda)) = max[(1-\lambda)min(a_{ij}) + \lambda max(a_{ij})]$$

Этот критерий учитывает как пессимистический, так и оптимистический подходы к решению игры. А именно, при

$$\lambda = 1$$

получаем критерий крайнего оптимизма, и решение совпадает с критерием максимакса; при

$$\lambda = 0$$

получаем критерий крайнего пессимизма и решение совпадает с критерием Вальда.

Изобразим результат (рис. 3) в виде графика (рис. 4) для коэффициента *lambda*, принимающего все допустимые значения

$$0 < \lambda < 1$$

Из рис. 4 видно, что абсолютно доминирует стратегия A_1.

Рассмотрим стратегию «крайнего оптимизма» (максимакс) G_{0i} .

Таким образом, согласно критерию Гурвица оптимальной будет стратегия A_1, то есть стратегия, при которой произойдет уценка автомобиля на 5Рассмотрим стратегию крайнего пессимизма Вальда :

$$G_{io}(\lambda_1, \lambda_2, ...\lambda_n) = G(\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n) = max(G_i(\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n))$$

В соответствии с этим критерием, из всех самых неудачных результатов выбирается самый лучший. Это перестраховочная позиция крайнего пессимизма, рассчитанная на худший случай. Такая стратегия приемлема, например, когда игрок не столько хочет выиграть, сколько не хочет проиграть [1].

$$W = max\,\{0,095; 0,0855; 0,072675; 0,0581; 0,040698; 0,0244\} = 0,095;$$

Согласно этому критерию выбирается такая стратегия, которая дает гарантированный выигрыш при наихудшем состоянии среды. В нашем случае такой оптимальной стратегией является стратегия снижения цены на 5Возможен иной подход к рассмотренной экономической ситуации с позиции теории игр – с точки зрения рисков. Обозначим:

$$b_j = max(a_{ij})$$

Риском называется величина r_{ij}, равная разности между той максимальной выручкой, которую мы могли бы иметь при j-м значении E, и той, которую мы имеем при использовании стратегии A_i:

$$r_{ij} = |b_i - a_{ij}|$$

На основании этого определения можно составить матрицу рисков (табл. 3)., аналогичную платежной матрице, где вместо значений a_{ij} используются значения r_{ij}. К табл. 3 (рис.5) может быть применим критерий Сэвиджа.

После проведения расчетов по формуле получим:

$$R = min\{00,0095; 0,022325; 0,03686; 0,0543; 0,0705812; 0,095\} = 0$$

Итак, оптимальной по критерию Сэвиджа является стратегия снижения цены на 5максимальной выручкой 5,7x10^9 дол.

Все три рассмотренные критерия обеспечивают получение одного и того же результата – показывают необходимость снижения цены продаваемых автомобилей на 5 критериев является стратегия A_1. С учетом ценовой эластичности спроса на данную модель автомобиля это обеспечит компании оптимальный объем выручки при её распродаже.

В условиях выбора часто сложно принять решение, какую стратегию стоит выбрать. Исследование различных ситуаций с помощью математических методов может помочь принять наиболее эффективные и правильные решения.

Как показывает наш пример, теория игр может быть успешно использована при реализации методов ценообразования, ориентированных на спрос в условиях конкурентной рыночной среды.

Литература

1. Садовин Н. С., Садовина Т. С. «Основы теории игр» учебное пособие. - Йошкар-Ола: Мар. гос. ун-т, 2011- С.119

2. Райзберг Б.А., Лозовский Л.Ш., Стародубцева Е.Б. "Современный экономический словарь."— 2-е изд., испр. М.: ИНФРА-М. 479 с.. 1999. Режим доступа: http://academic.ru (дата обращения 17.11.2013)

3. Autonews: http://www.autonews.ru (дата обращения: 28.10.2013)

4. Цены и ценообразование: Учебник / Под ред. В.Е. Есипова. СПб.: Питер, 2002., - с.560

5. Черняховская Т.Н. «Ценовые стратегии и их применимость на практике». Режим доступа: http://www.elitarium.ru (дата обращения: 09.11.2013)

Иллюстрации

Стратегия	Скидка (S_i), %	Цена (Z_i), дол.	Спрос (Q_i), ед.	Выручка (V_i), дол.	Коэффициент эластичност и E (Z_i)
-	0	14490	39195	567935550	-
A_1	5	13765,5	42130	579568846	1,407500769
A_2	10	13041	47300	616839300	2,13899139
A_3	15	12316,5	54000	665091000	2,314906219
A_4	20	11592	63789	739442088	2,742505667
A_5	30	10143	71460	724818780	0,850764146
A_6	40	8694	79470	690912180	0,689922481

Рис. 1: Таблица 1. Условие задачи

Скидка, %	1	2	3	4	5
	0,1	0,3	0,6	0,9	1,2
5	0,095	0,299715	0,5982017	0,89461618	1,18926460
10	0,0855	0,29945874	0,5964103	0,8892806	1,17868870
15	0,072675	0,29924111	0,5946256	0,8839927	1,16826918
20	0,05814	0,29906713	0,5928473	0,87875198	1,15800299
30	0,040698	0,29894541	0,5910750	0,87356	1,14788716
40	0,0244188	0,29887242	0,5893084	0,8684099	1,13791880
β_i	0,095	0,299715	0,5982017	0,89461618	1,18926460

6	7	8	9	10	11
1,5	1,8	2,1	2,4	2,7	3
1,4821610	1,773321	2,0627602	2,350493754	2,636536669	2,9209039
1,46469	1,747347	2,0267	2,302855905	2,575821028	2,845666643
1,447579	1,722053	1,991815	2,256987264	2,517685076	2,774021719
1,430816	1,69741	1,95800	2,212795314	2,461973858	2,705726029
1,414392	1,67340	1,925240	2,170193675	2,408544257	2,64055742
1,398297	1,650006	1,89347	2,129101618	2,357263903	2,578312513
1,482161	1,77332	2,06276	2,350493754	2,636536669	2,9209039

Рис. 2: Таблица 2. Платежная матрица

$$G = \max_{1 \le j \le m} \begin{pmatrix} 0{,}095 \times (1-\lambda) + 2{,}9209039 \times \lambda; \\ 0{,}0855 \times (1-\lambda) + 2{,}845666643 \times \lambda; \\ 0{,}072675 \times (1-\lambda) + 2{,}774021719 \times \lambda; \\ 0{,}05814 \times (1-\lambda) + 2{,}705726029 \times \lambda; \\ 0{,}040698 \times (1-\lambda) + 2{,}64055742 \times \lambda; \\ 0{,}0244188 \times (1-\lambda) + 2{,}578312513 \times \lambda \end{pmatrix}$$

Рис. 3: Решение по критерию Гурвица

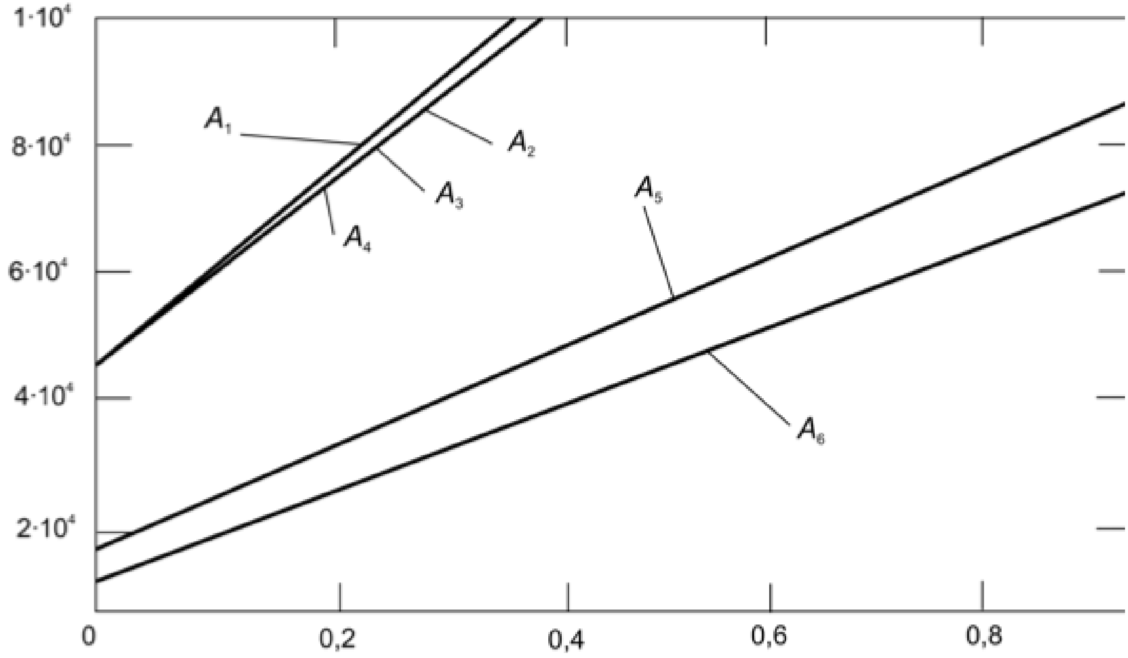

Рис. 4: Графическая интерпретация решения по критерию Гурвица

Скидка, %	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	0,1	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8	2,1	2,4	2,7	3
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0,0095	0,000256	0,0017913	0,0053355	0,0105758	0,017470065	0,025973	0,036043	0,0476378	0,06071564	0,075237257
15	0,022325	0,000473	0,003576	0,0106234	0,020995	0,0345815	0,0512679	0,070944	0,09350649	0,1188515	0,1468821
20	0,03686	0,000647	0,005354	0,015864	0,03126161	0,051344	0,0759073	0,1047540	0,13769844	0,1745628	0,2151778
30	0,054302	0,00076958	0,007126	0,021058	0,0413774	0,067768	0,0999154	0,1375194	0,1803000	0,2279924	0,28034648
40	0,0705812	0,00084258	0,008893	0,026206	0,0513458	0,083863	0,123314	0,1692863	0,2213921	0,279272	0,342591
β_i	0,095	0,299715	0,59820171	0,894616	1,189264	1,482161	1,7733211	2,0627602	2,3504937	2,636536	2,9209039

Рис. 5: Таблица 3. Матрица рисков